

机械设计手册

单行本

成大先 主编

机械振动·机架设计



化学工业出版社

机械设计手册

单行本

机械振动·机架设计

主编单位 中国有色工程设计研究总院

● 主 编 成大先
● 副主编 王德夫
姬全生
韩学铨
姜 勇
李长顺

化 学 工 业 出 版 社
· 北 京 ·

(京) 新登字 039 号

图书在版编目 (CIP) 数据

机械设计手册·单行本·机械振动·机架设计/成大先主编。
北京：化学工业出版社，2004.1
ISBN 7-5025-4960-9

I. 机… II. 成… III. ①机械设计-技术手册 ②机械
振动-技术手册 ③机架-设计-技术手册 IV. TH122.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 104927 号

机械设计手册

单行本

机械振动·机架设计

成大先 主编

责任编辑：周国庆 张红兵

任文生 张兴辉

责任校对：洪雅珠

封面设计：蒋艳君

化学工业出版社出版发行

(北京市朝阳区高碑里 3 号 邮政编码 100029)

发行电话：(010) 64992530

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销

聚鑫印刷有限责任公司印刷

三河市延风装订厂装订

开本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 19 字数 634 千字

2004 年 1 月第 1 版 2004 年 1 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-4960-9/TH·167

定 价：36.00 元

版权所有 侵权必究

该书如有缺页、倒页、脱页者，本社发行部负责退换

撰 稿 人 员

成大先	中国有色工程设计研究总院	邹舜卿	中国有色工程设计研究总院
王德夫	中国有色工程设计研究总院	邓述慈	西安理工大学
姬奎生	中国有色工程设计研究总院	秦毅	中国有色工程设计研究总院
韩学铨	北京石油化工工程公司	周凤香	中国有色工程设计研究总院
余梦生	北京科技大学	朴树寰	中国有色工程设计研究总院
高淑之	北京化工大学	杜子英	中国有色工程设计研究总院
柯蕊珍	中国有色工程设计研究总院	汪德涛	广州机床研究所
陶兆荣	中国有色工程设计研究总院	王鸿翔	中国有色工程设计研究总院
孙东辉	中国有色工程设计研究总院	段慧文	中国有色工程设计研究总院
李福君	中国有色工程设计研究总院	姜勇	中国有色工程设计研究总院
阮忠唐	西安理工大学	徐永年	郑州机械研究所
熊绮华	西安理工大学	梁桂明	洛阳工学院
雷淑存	西安理工大学	张光辉	重庆大学
田惠民	西安理工大学	罗文军	重庆大学
殷鸿樑	上海工业大学	沙树明	中国有色工程设计研究总院
齐维浩	西安理工大学	谢佩娟	太原理工大学
曹惟庆	西安理工大学	余铭	无锡市万向轴厂
关天池	中国有色工程设计研究总院	陈祖元	广东工业大学
房庆久	中国有色工程设计研究总院	陈仕贤	北京航空航天大学
李安民	机械科学研究院	王春和	北方工业大学
李维荣	机械科学研究院	周朗晴	中国有色工程设计研究总院
丁宝平	机械科学研究院	孙夏明	北方工业大学
梁全贵	中国有色工程设计研究总院	季泉生	济南钢铁集团
王淑兰	中国有色工程设计研究总院	马敬勋	济南钢铁集团
林基明	中国有色工程设计研究总院	蔡学熙	连云港化工矿山设计研究院
童祖楹	上海交通大学	姚光义	连云港化工矿山设计研究院
刘清廉	中国有色工程设计研究总院	沈益新	连云港化工矿山设计研究院
许文元	天津工程机械研究所	钱亦清	连云港化工矿山设计研究院
孔庆堂	北京新兴超越离合器有限公司	于琴	连云港化工矿山设计研究院
孔炜	北京新兴超越离合器有限公司	蔡学坚	邢台地区经济委员会
朱春梅	北京机械工业学院	虞培清	浙江长城减速机有限公司
丘大谋	西安交通大学	项建忠	浙江通力减速机有限公司
诸文俊	西安交通大学	阮劲松	宝鸡市广环机床责任有限公司
徐华	西安交通大学	纪盛青	东北大学
陈立群	西北轻工业学院	黄效国	北京科技大学
肖治彭	中国有色工程设计研究总院	陈新华	北京科技大学

李长顺 中国有色工程设计研究总院
崔桂芝 北方工业大学
张若青 北方工业大学
王 侃 北方工业大学
张常年 北方工业大学
朱宏军 北方工业大学
佟 新 中国有色工程设计研究总院
翟有雄 天津大学
林少芬 集美大学
卢长耿 集美大学
吴根茂 浙江大学

钟荣龙 厦门海特液压机械工程有限公司
黄 畏 北京科技大学
彭光正 北京理工大学
张百海 北京理工大学
王 涛 北京理工大学
陈金兵 北京理工大学
包 钢 哈尔滨工业大学
王雄耀 费斯托 (FESTO) (中国) 有限公司
蒋友谅 北京理工大学
刘福祐 中国有色工程设计研究总院
史习先 中国有色工程设计研究总院

审 稿 人 员

余梦生	成大先	王德夫	强 耀	房庆久	李福君
钟云杰	郭可谦	姬奎生	王春九	鞠学铨	段慧文
邹舜卿	汪德涛	陈应斗	刘清廉	李继和	徐 智
郭长生	吴宗泽	李长顺	陈湛闻	饶振纲	季泉生
林 鹤	黄靖远	武其俭	洪允楣	蔡学熙	张红兵
朱天仕	唐铁城	卢长耿	宋京其	黄效国	吴 篓
徐文灿	史习先				

编 辑 人 员

周国庆	张红兵	任文斗	张兴辉	刘 哲	武志怡
段志兵	辛 田				

《机械设计手册》单行本

出版说明

在我国机械设计界享有盛名的《机械设计手册》，自1969年第一版出版发行以来，已经修订了四版，累计销售量超过113万套，成为新中国成立以来，在国内影响力最强、销售量最大的机械设计工具书。作为国家级的重点科技图书，《机械设计手册》多次获得国家和省部级奖励。其中，1978年获全国科学大会科技成果奖，1983年获化工部优秀科技图书奖，1995年获全国优秀科技图书二等奖，1999年获全国化工科技进步二等奖，2002年获石油和化学工业优秀科技图书一等奖，2003年获中国石油和化学工业科技进步二等奖。1986年至2002年，连续被评为全国优秀畅销书。

《机械设计手册》第四版（5卷本），以其技术性和实用性强、标准和数据可靠、思路和方法可行、使用和核查方便等特点，受到广大机械设计工作者和工程技术人员的首肯和厚爱。自2002年初出版发行以来，已累计销售24000多套，收到读者来信数千封。山西省太原重型机器厂设计院的一位工程技术人员在来信中说，“《机械设计手册》（第四版）赢得了我们机械设计者的好评。特别是推荐了许多实用的新技术、新产品、新材料和新工艺，扩大了相应产品的品种和规格范围，内容齐全，实用、可靠，是我们设计工作者不可缺少的好助手。”江苏省南通市的一位退休工程师说，“我从事机械设计工作40余年，最初用的是1969年的《机械设计手册》第一版，后来陆续使用第二版、第三版，现在已经退休。近来逛书店，突然发现《机械设计手册》新出的第四版，爱不释手，自己买了一套收藏，它是我一生事业中最亲密、最忠诚的伴侣。”湖南省湘潭市江麓机械集团有限公司、辽宁省鞍山焦化耐火材料设计总院的读者认为，“《机械设计手册》第四版资料全面、新颖、准确、可靠，突出了实用性，从机械人员的角度出发，反映先进性，设计方法、公式选择、参数选用都采用最新标准，实用便查。”广大读者在对《机械设计手册》第四版的内容给予充分肯定的同时，也指出了《机械设计手册》第四版（5卷本）装帧太厚、太重，不便携带和翻阅，希望出版篇幅小些的单行本。其中武汉钢铁设计研究总院、重庆钢铁设计研究总院、内蒙古包头钢铁设计研究院、哈尔滨重型机器厂研究所、沈阳铁路分局沈东机械总厂、兰州铁道学院、天津工程机械研究院等众多单位的读者都纷纷来函、来电，建议将《机械设计手册》第四版以篇为单位改编为多卷本。

根据广大读者的反映和建议，化学工业出版社组织编辑出版人员深入设计科研院所、大中专院校、机械企业和有一定影响的新华书店进行调研，广泛征求和听取各方面的意见，在与主编单位协商一致的基础上，决定编辑出版《机械设计手册》单行本。

《机械设计手册》单行本，保留了《机械设计手册》第四版（5卷本）的优势和特色，从设计工作的实际出发，结合机械设计专业的具体情况，将原来的5卷23篇调整为15分册22篇，分别为：《常用设计资料》、《机械制图、极限与配合》、《常用工程材料》、《联接与紧固》、《轴及其联接》、《轴承》、《弹簧·起重运输件·五金件》、《润滑与密封》、《机械传动》、《减（变）速器·电机与电器》、《机械振动·机架设计》、《机构》、《液压传动》、《液压控制》、《气压传动》。原第5卷第23篇中“中外金属材料、滚动轴承、液压介质等牌号对照”内容，分别编入《常用工程材料》、《轴承》、《润滑与密封》、《液压传动》、《气压传动》等单行本中。这样，全套书查阅和携带更加方便，各分册篇幅适中，利于设计人员和读者根据各自需要灵活选购。

《机械设计手册》单行本，是为了适应机械设计事业发展和广大读者的需要而编辑出版的，将与《机械设计手册》第四版（5卷本）一起，成为机械设计工作者、工程技术人员和广大读者的良师益友。

借《机械设计手册》单行本出版之际，再次向热情支持和积极参加编写工作的单位和人员表示诚挚的敬意！向长期关心、支持《机械设计手册》的广大热心读者表示衷心感谢！

由于编辑出版单行本的工作量较大，时间较紧，难免存在疏漏和缺点，恳请广大读者给予指正。

化学工业出版社
2004年1月

第四版前言

《机械设计手册》第一版于1969年问世，30多年来，共修订了三版，发行110余万套，受到了广大读者的欢迎和厚爱。

《机械设计手册》第三版于1994年出版发行，至今已有8年的时间。在这期间，我国的改革开放取得了举世瞩目的成就，以信息技术为代表的高新技术产业迅猛发展，经济建设日新月异。作为世界贸易组织的新成员，我国在进一步加强对外开放，顺应经济全球化潮流，主动参与国际竞争与合作的同时，也必将面对更为激烈的竞争和更加严峻的挑战。作为机械设计工作者，要参与激烈的竞争，迎接严峻的挑战，就必须积极快速地开发具有国际先进水平、形成自身特色的高质量的新产品。

《机械设计手册》第四版修订就是以满足新产品开发设计的需要为宗旨而进行的。因此，本版除了继续发扬前三版“实用可靠、内容齐全、简明便查”的特点外，首先着重推荐了许多实用的新技术、新产品、新材料和新工艺，并扩大了相应产品的品种和规格范围，同时全面采用了最新标准。调整了部分篇章，修改删节了不足和错误之处。全书仍分五卷出版，修订情况如下。

1. 采用新技术方面：

(1) 为便于设计人员充分利用通用的、先进的数字仿真软件，快速地进行液压伺服系统的数字仿真与动态分析，专门撰写了MATLAB仿真软件及其在液压控制系统仿真中的应用。气压传动进行了全面更新，包括了现代气压传动最新技术的各主要方面，推荐了阀岛技术、导杆气缸、仿生气动肌腱（一种能卷折起来的便于携带的新型气动驱动器）和模块化气动机械手等。

(2) 传动方面增加了“新型非零变位锥齿轮及双曲齿轮技术”和活齿传动。新型非零变位锥齿轮及双曲齿轮技术突破了零传动设计的制约，创立了非零传动设计。用此设计制造出的齿轮，在轴交角保持不变的条件下，具有高强度、长寿命、低噪声、小体积、大速比、少齿数等优点。该技术具有国际先进或领先水平，适用于高强度正传动设计，小体积小型设计，低噪声负传动设计等，并便于引进产品国产化，新产品开发创优和老产品改进，已在许多产品上推广使用。

(3) 介绍了金属-橡胶复合弹簧的设计计算。

(4) 介绍了几种新型热处理和新型表面处理工艺。

2. 采用新材料、新产品方面：

(1) 材料全面采用最新国家标准、行业标准，并推荐了许多新型材料品种，扩大了相应的规格范围。

(2) 联接与紧固、传动零部件、滚动轴承以及大部分或全部液压、气压传动和控制零部件都采用了最新标准及新产品，同时新增加了空气轴承、电磁轴承、膜片联轴器、膜片弹簧、盘形制动器、惯性制动器、电液推杆等，大大丰富了机械零部件的品种和规格范围。

(3) 在同类手册中首次编入了锚固联接一章，锚固联接技术有利于改善和加快设备的安装。

3. 补充了多点柔性传动的动力计算，从而完善了多点柔性传动的设计内容。

4. 为引起读者在新产品开发设计中重视产品的造型设计，特别在第1篇中增加了结构设计应与造型设计相结合的内容。

5. 扩大了几种常用设计资料的中外对照范围，更加方便于今后的中外交流和产品开发中的国内外产品选择和配套。

6. 应广大读者的要求，在介绍产品时，在备注中增加了产品生产厂名。由于市场经济的实际变化较快，读者必须结合当时的实际情况，进一步作深入调查，了解产品实际生产品种、规格及尺寸，以及产品质量和用户的实际反映，再作选择。

7. 目前国家各级标准修订工作正处在向国际标准接轨时期，加之组织机构的调整，使各类标准工作未能同步进行，因此，手册中的一些名词、术语以及单位等，未能完全统一。同时，手册在引用各种标准时，也都是根据设计需要进行摘编的，请读者在使用中注意。

8. 对篇章结构作了部分调整。将第1篇原第12章通用技术条件及说明，分散到该篇相关工艺性及结构要素各章，更便于查阅，原第11章变为第12章，并增加了结构设计应与造型设计相结合的内容（第11章）。第5篇联接与紧固增加了锚固联接一章。考虑机电一体化产品发展很快，原第22篇内容已无法满足产品开发设计的需要，若继续更新扩大，则手册篇幅过大，使用不便，故第四版未再将此内容编入手册，而是单独组织编写了《光机电一体化产品设计手册》一书。

为了满足新产品开发设计的需要，我们还陆续组织编写了《机械设计图册》（已出版）、《光机电一体化产品设计使用手册》（已出版）、《现代设计方法实用手册》、《新产品开发设计指南》、《技术创新专利申请策划基础》等新书目。这几套书既各自独立，又有内在联系，但其共同点都是有助于新产品的开发，强调实用性、启发性、开拓性和先进性相结合，构成一套比较系统的、风格独特的机械新产品开发设计系列工具书。

《机械设计手册》第四版是在前几版基础上重新编写而成的。借《机械设计手册》第四版出版之际，再次向参加每版编写的单位和个人表示衷心地感谢！同时也感谢给我们提供大力支持和热忱帮助的单位和各界朋友们！

由于水平有限，调查研究工作不够全面，《机械设计手册》第四版中难免存在疏漏和缺点，恳请广大读者继续给予指正。

主 编
2001年11月

内 容 提 要

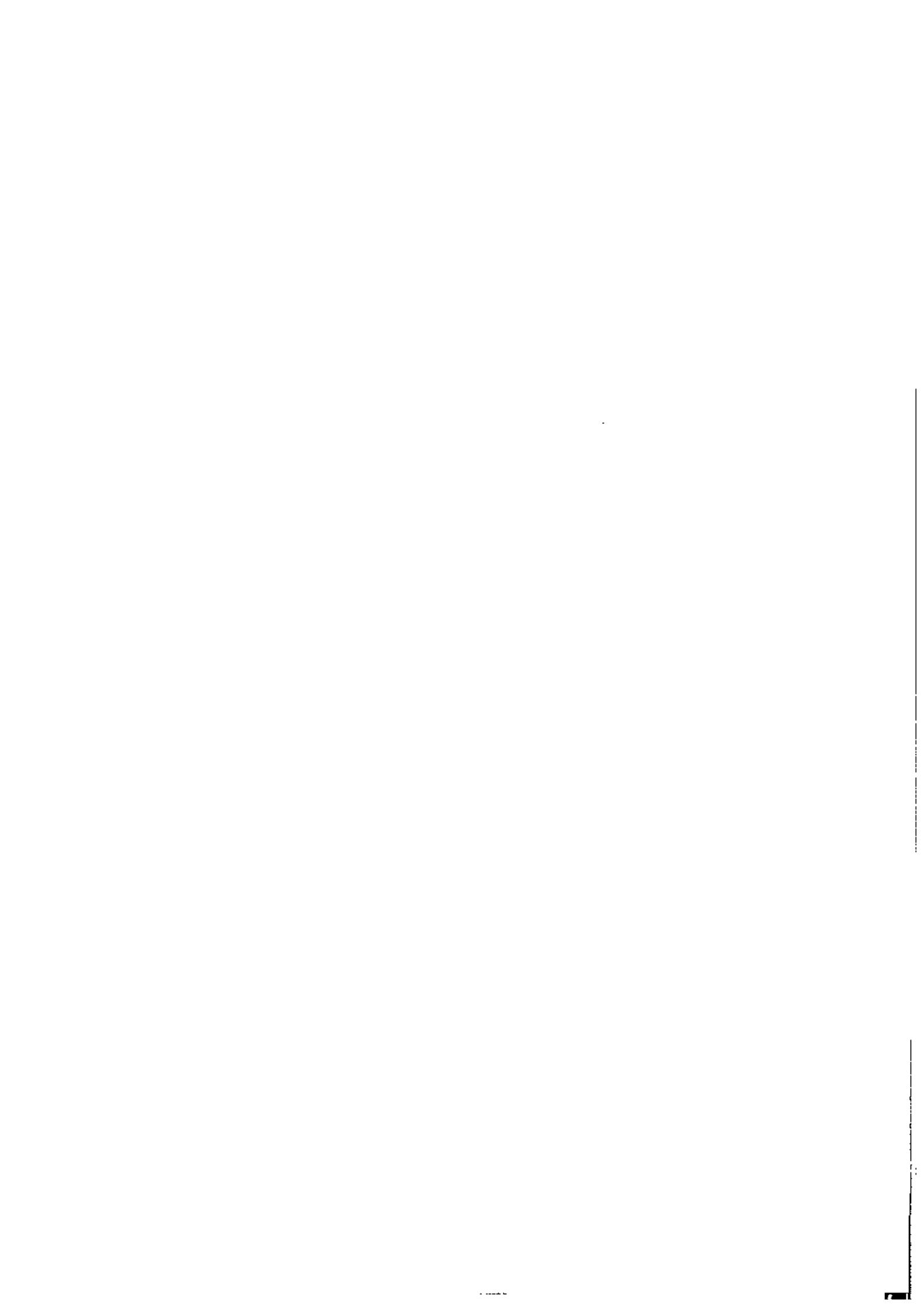
《机械设计手册》单行本共 15 分册 22 篇，涵盖了机械常规设计的所有内容。各分册分别为：《常用设计资料》、《机械制图、极限与配合》、《常用工程材料》、《联接与紧固》、《轴及其联接》、《轴承》、《弹簧·起重运输件·五金件》、《润滑与密封》、《机械传动》、《减（变）速器·电机与电器》、《机械振动·机架设计》、《机构》、《液压传动》、《液压控制》、《气压传动》。

本书为《机械振动·机架设计》，包括机械振动的控制及利用、机架设计。机械振动的控制及利用主要介绍机械振动基础资料、线性振动、非线性振动与随机振动、隔振与减振（隔振器、阻尼减振器、动力吸振器、缓冲器等）等振动系统原理、模型参数、设计计算，以及常用机械振动的利用，测试技术等；机架设计主要介绍机架设计的一般知识，以及梁、桁架、柱和立架、框架、整体式机架及其他机架的设计与计算等。

本书可作为机械设计人员和有关工程技术人员的工具书，也可供大专院校有关专业师生参考。

第 17 篇 机械振动的控制及利用

主要撰稿 蔡学熙 纪盛青
审 稿 李长顺



本篇主要符号

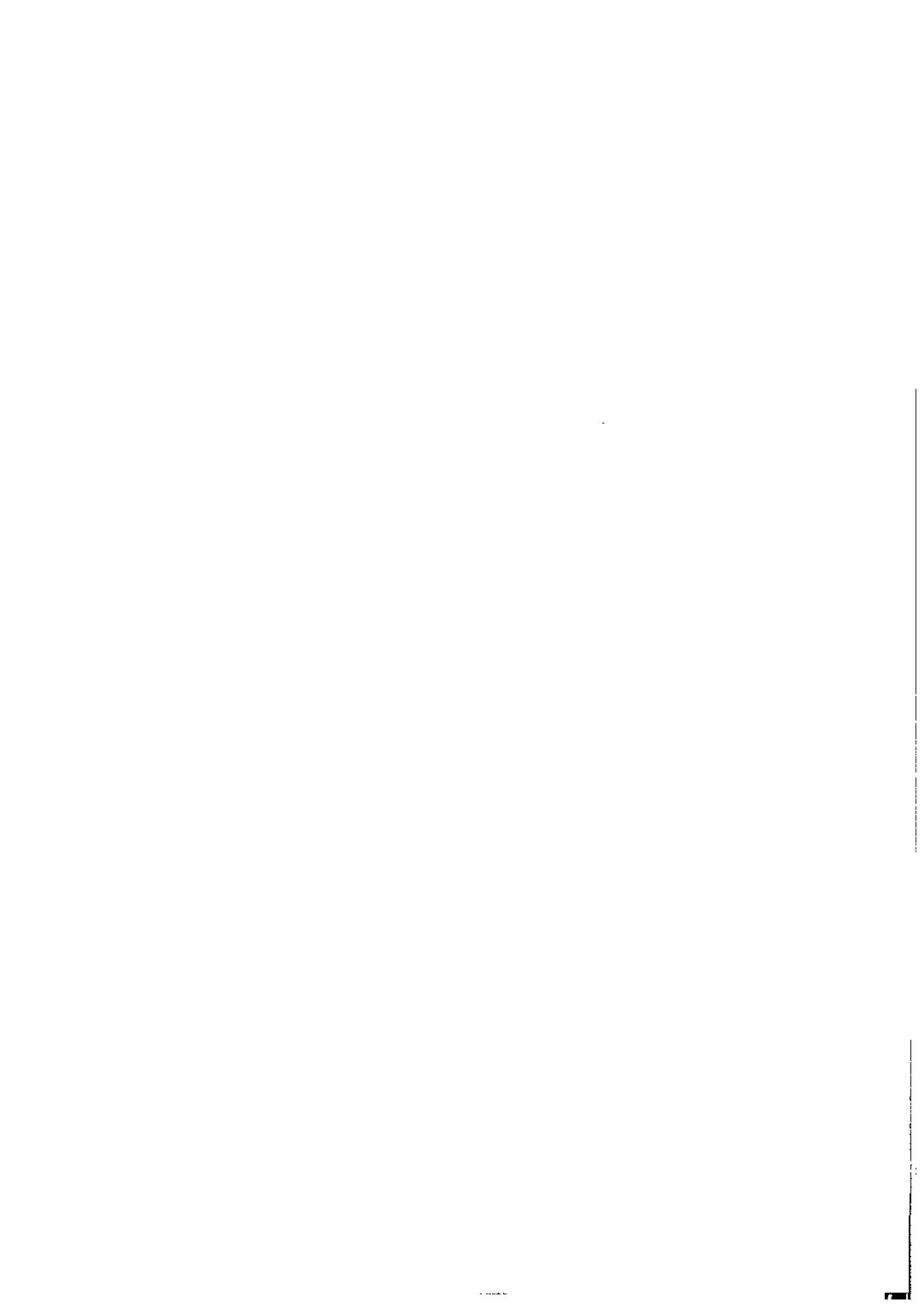
A 、 a	振幅, m	q	广义坐标, m 或 rad
A	面积, m^2	R 、 r	半径, m
a	加速度, m/s^2	r	质量偏心半径, m
B 、 b	振幅, m	$R(\tau)$	相关函数
B	宽度, m	$S(\omega)$	功率谱密度函数
C	粘性阻尼系数, $N \cdot s/m$	S	刚度比
C_c	临界阻尼系数, $N \cdot s/m$	T	周期, s
C_e	等效阻尼系数, $N \cdot s/m$	T	张力, N
C_φ	粘性扭转(或摆动)阻尼系数, $N \cdot m/s/rad$	T	动能, J; N·m
D 、 d	直径, m	T	传递率
D	能量散失函数, J, $N \cdot m$	t	时间, s
D	抛物指数	V	体积, m^3
E	拉压弹性模量, Pa, N/m^2	V	速度, m/s
$F(f)$ 、 $F(\omega)$	时域函数的傅里叶变换	V	势能, J; N·m
$F(x)$	概率分布函数	v	速度, m/s
f	频率, Hz	x	位移, m
f_d	有阻尼固有频率, Hz	\dot{x}	速度, m/s
f_i	多自由度系统第 i 阶固有频率, Hz	\ddot{x}	加速度, m/s^2
f_n	固有频率, Hz	y	位移, m
$f(t)$	时域函数	\dot{y}	速度, m/s
$f(x)$	概率密度函数	\ddot{y}	加速度, m/s^2
I	转动惯量, $kg \cdot m^2$	z	位移, m
I	冲量, $N \cdot s$	Z	频率比
I_p	极转动惯量, $kg \cdot m^2$	α	转角, rad
i	传动比	α	相位角, rad
J	截面惯性矩, m^4	α	倾角, ($^\circ$)
J_p	截面极惯性矩, m^4	α	衰减系数
K	刚度, N/m	β	转角, rad
K_d	共振时动刚度的模, N/m	β	相位差角, rad
K_e	等效刚度, N/m	β	放大因子
K_φ	扭转刚度, $N \cdot m/rad$	β	材料损耗因子
L 、 l	长度, m	γ	转角, rad
M 、 m	质量, kg	δ	柔度, m/N
M	力矩, 弯矩, $N \cdot m$	δ	相对位移, m
M_t	扭矩, $N \cdot m$	δ	对数衰减率
N	功率, W 或 kW	δ	振动方向角, ($^\circ$)
N	正压力, Pa, N/m^2	δ_{st}	静变形, m
n	转速, r/min	ξ	阻尼比
n	每分钟振次, $1/min$	η	隔振系数
n_c	临界转速, r/min	η_1	损耗因子, 摩擦阻尼参数
P	力, N	θ	转角, rad
Q	力, N	θ	角位移, rad
		θ	角速度, rad/s
		θ	角加速度, rad/s^2

θ ——扭转(或摆动)振幅, rad
 θ ——相位差角, rad
 μ ——泊松比
 μ ——质量比
 μ ——摩擦因数
 ρ ——回转半径, m
 ρ ——密度, kg/m³
 ρ_A ——面密度, kg/m²
 ρ_l ——线密度, kg/m
 σ ——应力, Pa, N/m²
 σ ——标准离差
 τ ——时间, s
 φ ——转角, rad
 φ ——角位移, rad

ϕ ——角速度, rad/s
 $\dot{\phi}$ ——角加速度, rad/s²
 φ^* ——相位差角, rad
 ψ ——相位差角, rad
 ψ ——角位移, rad
 ω ——圆频率, rad/s
 ω_d ——有阻尼固有圆频率, rad/s
 ω_n ——固有圆频率, rad/s
 $[M]$ ——质量矩阵
 $[K]$ ——刚度矩阵
 $[C]$ ——阻尼矩阵
 $[F]$ ——柔度矩阵
 $[A]$ ——动力矩阵
 $[I]$ ——单位矩阵

第 17 篇 机械振动的控制及利用

主要撰稿 蔡学熙 纪盛青
审 稿 李长顺



本篇主要符号

A 、 a	振幅, m	q	广义坐标, m 或 rad
A	面积, m^2	R 、 r	半径, m
a	加速度, m/s^2	r	质量偏心半径, m
B 、 b	振幅, m	$R(\tau)$	相关函数
B	宽度, m	$S(\omega)$	功率谱密度函数
C	粘性阻尼系数, $N \cdot s/m$	S	刚度比
C_c	临界阻尼系数, $N \cdot s/m$	T	周期, s
C_e	等效阻尼系数, $N \cdot s/m$	T	张力, N
C_φ	粘性扭转(或摆动)阻尼系数, $N \cdot m/s/rad$	T	动能, J; N·m
D 、 d	直径, m	T	传递率
D	能量散失函数, J, $N \cdot m$	t	时间, s
D	抛物指数	V	体积, m^3
E	拉压弹性模量, Pa, N/m^2	V	速度, m/s
$F(f)$ 、 $F(\omega)$	时域函数的傅里叶变换	V	势能, J; N·m
$F(x)$	概率分布函数	v	速度, m/s
f	频率, Hz	x	位移, m
f_d	有阻尼固有频率, Hz	\dot{x}	速度, m/s
f_i	多自由度系统第 i 阶固有频率, Hz	\ddot{x}	加速度, m/s^2
f_n	固有频率, Hz	y	位移, m
$f(t)$	时域函数	\dot{y}	速度, m/s
$f(x)$	概率密度函数	\ddot{y}	加速度, m/s^2
I	转动惯量, $kg \cdot m^2$	z	位移, m
I	冲量, $N \cdot s$	Z	频率比
I_p	极转动惯量, $kg \cdot m^2$	α	转角, rad
i	传动比	α	相位角, rad
J	截面惯性矩, m^4	α	倾角, ($^\circ$)
J_p	截面极惯性矩, m^4	α	衰减系数
K	刚度, N/m	β	转角, rad
K_d	共振时动刚度的模, N/m	β	相位差角, rad
K_e	等效刚度, N/m	β	放大因子
K_φ	扭转刚度, $N \cdot m/rad$	β	材料损耗因子
L 、 l	长度, m	γ	转角, rad
M 、 m	质量, kg	δ	柔度, m/N
M	力矩, 弯矩, $N \cdot m$	δ	相对位移, m
M_t	扭矩, $N \cdot m$	δ	对数衰减率
N	功率, W 或 kW	δ	振动方向角, ($^\circ$)
N	正压力, Pa, N/m^2	δ_{st}	静变形, m
n	转速, r/min	ξ	阻尼比
n	每分钟振次, $1/min$	η	隔振系数
n_c	临界转速, r/min	η_1	损耗因子, 摩擦阻尼参数
P	力, N	θ	转角, rad
Q	力, N	θ	角位移, rad
		θ	角速度, rad/s
		θ	角加速度, rad/s^2

θ ——扭转(或摆动)振幅, rad
 θ ——相位差角, rad
 μ ——泊松比
 μ ——质量比
 μ ——摩擦因数
 ρ ——回转半径, m
 ρ ——密度, kg/m³
 ρ_A ——面密度, kg/m²
 ρ_l ——线密度, kg/m
 σ ——应力, Pa, N/m²
 σ ——标准离差
 τ ——时间, s
 φ ——转角, rad
 φ ——角位移, rad

ϕ ——角速度, rad/s
 $\dot{\phi}$ ——角加速度, rad/s²
 φ^* ——相位差角, rad
 ψ ——相位差角, rad
 ψ ——角位移, rad
 ω ——圆频率, rad/s
 ω_d ——有阻尼固有圆频率, rad/s
 ω_n ——固有圆频率, rad/s
 $[M]$ ——质量矩阵
 $[K]$ ——刚度矩阵
 $[C]$ ——阻尼矩阵
 $[F]$ ——柔度矩阵
 $[A]$ ——动力矩阵
 $[I]$ ——单位矩阵

第1章 概述

1 机械振动的分类及工程中的振动问题

表 17-1-1

机械振动的分类

分 类		基 本 特 征	
按产生振动原因	自由振动	系统在去掉外加干扰力之后出现的振动。这种振动靠弹性力、惯性力和阻尼力来维持。振动的频率就是系统的固有频率(也称自然频率)。因有阻尼力存在,振动逐渐衰减,阻尼愈大,衰减愈快。如果系统无阻尼存在(这只能是一种理想状态,实际上是不可能的),则称这种振动为无阻尼自由振动,无阻尼自由振动是一种恒幅简谐振动	
	受迫振动	在激振力持续作用下,系统被迫产生的振动。振动特征与外部激振力的大小、方向和频率有关。在简谐激振力作用下,能同时激发起以系统固有频率为振动频率的自由振动和以干扰频率为振动频率的受迫振动,其自由振动部分将逐渐衰减,乃至最终消失,这时只剩下恒幅受迫振动部分,即稳态振动响应	
	自激振动	机械系统由于外部能量与系统运动相耦合(即系统的非振荡性能源通过反馈装置)形成振荡激励所产生的振动。当振动停止,振荡激励随之消失。振动频率接近于系统固有频率	
按振动随时间的变化规律	简谐振动	物体随时间按正弦或余弦函数规律变化的振动	
	非简谐振动	系统运动量值按一定时间间隔重复出现的非简谐振动。可用谐波分析方法,将其分解为若干个简谐振动之和	
	随机振动	对未来任一给定时刻,物体运动量的瞬时值均不能根据以往的运动历程预先加以确定的振动。只能用数理统计方法来描述系统的运动规律	
按振动系统结构参数	线性振动	系统的惯性力、阻尼力和弹性恢复力分别与加速度、速度和位移的一次方成正比,能用常系数线性微分方程描述的振动。能运用叠加原理	
	非线性振动	系统的惯性力、阻尼力、弹性恢复力具有非线性特性,只能用非线性微分方程描述的振动。不能运用叠加原理。振动系统的固有频率与振幅有关	
按振动系统的自由度数目	单自由度系统的振动	用一个广义坐标就能确定系统在任意瞬时位置的振动	
	多自由度系统的振动	用两个或两个以上的广义坐标才能确定系统任意瞬时位置的振动	
	连续系统的振动	需要用无穷多广义坐标才能确定系统任意瞬时位置的振动。连续系统的振动通常可以简化为有限多自由度系统振动问题加以处理,本篇不再赘述	
按振动形式	纵向直线振动	振动体上的质点只作沿轴线方向的直线振动	无论是纵向直线振动或横向直线振动,还是扭转振动和摆动都具有相同的规律性,可以举一反三,有关直线振动和定轴转动振动系统类比参见表 17-3-4
	横向直线振动	振动体上的质点只作沿垂直轴线方向的直线振动	
	扭转振动	振动体垂直轴线的两平面上质点相对作绕轴线的回转振动	
	摆动	振动体上质点在同一平面上作绕垂直平面轴线的回转振动	

表 17-1-2

机械工程常见的振动问题

振动问题	振 动 控 制	振 动 利 用
共 振	当外部激振力的频率和系统固有频率接近时,系统将产生强烈的振动,这在机械设计和使用中,多数情况下是应该防止或采取控制措施。例如:隔振系统和回转轴系统应使其工作频率和工作转速在各阶固有频率和各阶临界转速的一定范围之外。尽管如此,机械系统在启动和停机过程中,仍然要通过共振区,仍有可能产生较强烈的振动,必要时需采取抑制共振的减振、消振措施	在近共振状态下工作的振动机械,就是利用弹性力和惯性力基本接近于平衡以及外部激振力主要用来平衡阻尼力的原理工作的,因而所需激振力和功率较非共振类振动机械显著减小

续表

振动问题	振动控制	振动利用
自激振动	自激振动中有机床切削过程的自振、低速运动部件的爬行、滑动轴承油膜振荡、传动带的横向振动、液压随动系统的自振等。这些对各类机械及生产过程都是一种危害，应加以控制	蒸汽机、风镐、凿岩机、液压气动碎石机等均为自激振动应用实例
不平衡惯性力	旋转机械和往复机械产生振动的根本原因，都是由于不平衡惯性力所造成的。为减小机械振动，应采取平衡措施。有关构件不平衡力的计算和静动平衡及各类转子的许用不平衡量已分别在“一般设计资料篇”和“机构篇”进行了介绍	惯性振动机械就是依靠偏心质量回转时所产生的离心力作为振源的
振动的传递	为减小外部振动对机械设备的影响或机械设备的振动对周围环境的影响，可配置各类减振器，进行隔振、减振和消振	弹性连杆式激振器就是将曲柄连杆形成的往复运动，通过连杆弹簧传递给振动机体的
非线性振动	在减振器设计中涉及的摩擦阻尼器和粘弹性阻尼器均为非线性阻尼器。自激振动系统和冲击振动系统也都是非线性振动系统。实际上客观存在的振动问题几乎都是非线性振动问题，只是某些系统的非线性特性较弱，作为线性问题处理罢了	振动利用问题几乎都是利用振动系统的非线性特性工作的，例如：振动输送类振动机等
冲击振动	当机械设备或基础受到冲击作用时，常常需要核算系统对冲击的响应，必要时采取隔振措施	冲击类振动机实际上都可以转换为非线性振动问题加以处理
随机振动	随机振动的隔离和减振与确定性振动的隔离和消减有两点重要区别：一是随机振动的隔离和消减只能用数理统计方法来解决；二是对宽带随机振动隔离措施已经失效，只能采取阻尼减振措施	
机械结构抗振能力及噪声	衡量机械结构抗振能力的最重要的指标是动刚度，复杂结构的动刚度多采用有限单元法进行优化设计，若要提高结构的动刚度并控制噪声源，通常是合理布置筋板和附以粘弹性阻尼材料。这种问题涉及面较宽，因受篇幅限制，本篇不加以讨论	
振动的测试与调试	振动设计中常碰到系统阻尼系数很难确定的问题，解决这类问题惟一可靠的方法是测试。另外，由于振动设计模型忽略了许多振动影响因素，使得振动系统的实际参数与设计参数间有较大差别，特别像动力吸振器要求附加系统与主板系统的固有频率一致性较高的一类问题，设备安装后必须进行调试，否则振动设计将不能发挥应有的作用。对于实际经验不丰富的设计人员，调试前，可凭借测试对实际系统有一个充分了解，确定怎样调试，调试后又要借助测试检验调试结果。因此，测试是振动设计的一个重要工具。有关调试测试内容详见第5~7章介绍	

2 有关振动方面的部分标准

主要参考的标准

- GB/T 2298—1991 机械振动与冲击术语
- GB 6075.1—1999 制定机器振动标准的基础
- GB/T 6444—1995 机械振动平衡术语
- GB/T 7184—1987 中小功率柴油机振动测量方法
- GB 7772—1989 变容真空泵噪声测量方法
- GB/T 7773—1987 变容真空泵振动测量方法
- GB/T 7777—1987 往复活塞压缩机机械振动测量与评价
- GB 7786—1987 动力用空气压缩机和隔膜压缩机噪声功率极限值
- GB/T 8540—1987 振动与冲击隔振器确定特性要求导则
- GB/T 10084—1988 振动、冲击数据分析和表示方法
- GB/T 10397—1989 中小功率柴油机振动评级
- GB/T 10398—1989 小型汽油机振动测试方法

- GB/T 10399—1989 小型汽油机振动评级
 GB/* 10889—1989 泵的振动测量与评价方法
 GB/* 10890—1989 泵的噪声测量与评价方法
 GB 10894—1989 分离机械噪声声功率级的测定 工程法
 GB 10895—1989 离心机、分离机 机械振动 测试方法
 GB/T 11347.1—1989 大型旋转机械振动烈度现场测量与评定
 GB/T 11348.1—1989 旋转机械转轴径向振动的测量与评定 第一部分 总则
 GB/T 11348.2—1997 旋转机械转轴径向振动的测量与评定 第二部分 陆地安装的大型汽轮发电机组
 GB/T 12779—1991 往复式机器整机振动测量与评级方法
 GB 16490—1996 振动给料机安全规范
 GB/T 16768—1997 金属切削机床 振动测量方法
 GB/T 16769—1997 金属切削机床 噪声声压级测量方法

其他有关方面的振动标准

- GB/* 3982—1983 ZG 型电磁振动给煤机
 GB/T 7453—1996 船体振动测量
 GB 7670—1987 电动振动试验设备特性的描述方法
 GB/T 8910.1—1988 钻岩机械与气动工具振动测量方法 总则
 GB/T 8910.2—1988 钻岩机械与气动工具振动测量方法 冲击式机械的测量
 GB/T 8910.3—1988 钻岩机械与气动工具振动测量方法 回转式机械的测量
 GB 9239—1988 刚性转子平衡品质许用不平衡的确定
 GB 10179—1989 液压伺服振动试验设备特性的描述方法
 GB 10861—1989 液压振动台
 GB/* 10862—1989 GZ 型电磁振动给料机型式和基本尺寸
 GB11349.1~.3 机械导纳的试验确定
 GB/T 11353—1989 振动发生器辅助台设备特性的描述方法
 GB/T 13309—1991 机械振动台 技术条件
 GB/T 13310—1991 电动振动台 技术条件
 GB/T 13436—1992 扭转振动测量仪器要求
 GB/T 13437—1992 扭转振动减振器特性描述
 GB/T 13823.1~.18 (1992~1997) 振动与冲击传感器的校准方法
 GB/T 13824—1992 对振动烈度测量仪的要求
 GB/T 13860—1992 地面车辆机械振动测量数据的表述方法
 GB/T 13866—1992 振动冲击与测量 描述惯性式传感器特性的规定
 GB 14097—1993 小型汽油机噪声限值
 GB/T 14123—1993 冲击的特性描述
 GB/T 14124—1993 机械振动与冲击对建筑物振动影响的测量和评价 基本方法及使用导则
 GB/T 14412—1993 机械振动与冲击 加速度计的安装
 GB/T 15168—1994 振动与冲击隔离器性能测量方法
 GB/T 15371—1994 曲轴轴系扭转振动的测量与评定方法
 GB 15739—1995 小型汽油机噪声限值
 GB/T 16768—1997 振动测量方法·金属机床
 GB/T 16769—1997 噪声声压级测量方法·金属机床
 GB/T 16908—1997 机械振动 轴与配合件平衡的键准则
 GB/T 17189—1997 水力机械振动和脉动现场测试规程对人体的振动
 GB/T 8419—1987 土方机械司机座椅 振动试验方法和限值
 GB/T 13441—1992 人身全身振动环境的测量规范
 GB/T 13442—1992 人身全身振动暴露的舒适性降低界限和评价准则

GB/T 13921—1992 关于固定结构特别是建筑物和海上结构的居住者对低频(0.063~1Hz)水平运动影响的评价导则

- GB/T 14790—1997 人体手传振动的测量与评价方法
- GB/T 15619—1995 人体机械振动与冲击术语
- GB/T 16440—1996 振动与冲击 人体的机械驱动点阻抗
- GB/T 16441—1996 振动与冲击 人体z轴向的机械传递率

注：以上标准有部分将改为行业标准。

3 振动等级的评定

一般多用振动速度作为衡量标准来评定机械的振动程度。美国和加拿大以速度的峰值来表示机器的振动特征。西欧国家和我国多采用速度的有效值来衡量机器的振动。机械振动一般都是简谐振动，振动的速度的峰值和有效值之间存在着简单的关系：

$$V_{\max} = \sqrt{2} V_e = 2\pi f A \quad (\text{mm/s})$$

式中 V_{\max} —— 振动速度的峰值，mm/s；

V_e —— 振动速度的有效值，mm/s；

f —— 频率，Hz；

A —— 振幅，mm

我国已采用国际标准化组织所颁布的一种专门的量值——振动烈度作为评价机械振动的指标。遵照 ISO 的规定，按振动烈度 V_m 的大小来划分振动等级。从人体开始感觉的振动有效速度 0.112mm/s 开始，每增 1.6 倍 (4dB) 为一个数量级，相当于振动响应的一个重要变化。为了便于实用，且不致过分复杂，再将它们归并成四个等级，每级相当于两个数量级的烈度范围（表 17-1-3）。各个等级的含义如下：

A 级——不会使机械设备的正常运转发生危险的振级，通常标作“良好”；

B 级——可验收的、允许的振级，通常标作“许可”；

C 级——振级是允许的，但有问题，不满意，应设法降低，通常标作“可容忍”；

D 级——振级太大，不能允许，机器不能运转，通常标作“不允许”。

表 17-1-3 为推荐的机械设备的振动标准。表中振动烈度 0.71 级为振动烈度 $V_m > 0.45 \sim 0.71 \text{ mm/s}$ 。

以振动速度的方均根值来表示机器的振动烈度。根据 ISO 建议，振动的测量在三个方向进行：垂直、纵向、横向三个方向上有许多分散的点。以三个方向的振动速度的有效值的方均根值表示机器的振动烈度：

$$V_m = \sqrt{\left(\frac{\sum V_x}{N_x}\right)^2 + \left(\frac{\sum V_y}{N_y}\right)^2 + \left(\frac{\sum V_z}{N_z}\right)^2} \quad (\text{mm/s})$$

式中 $\sum V_x$ 、 $\sum V_y$ 、 $\sum V_z$ —— 垂直、纵向、横向三个方向上各自振动速度的有效值之和，mm/s；

N_x 、 N_y 、 N_z —— 垂直、纵向、横向三个方向上的测点数目。

我国国家标准基本相同，对各种机器有各自的规定

机械设备的类型分类大致如下：

I 类：在正常条件下与整机连成一体的电动机和机器零件（15kW 以下的生产用电机；中心高 $\leq 225 \text{ mm}$ 、转速 $\leq 1800 \text{ r/min}$ 或中心高 $> 225 \text{ mm}$ ，转速 $\leq 1000 \text{ r/min}$ 的泵）。

II 类：没有专用基础的中等尺寸的机器（输出功率 15~75kW 的电机）；刚性固定在专用基础上的发动机和机器，300kW 以下（转速 $> 1800 \sim 4500 \text{ r/min}$ 、中心高 $\leq 225 \text{ mm}$ 或转速 $> 1000 \sim 1800 \text{ r/min}$ 、中心高 $> 225 \sim 550 \text{ mm}$ 或转速 $> 600 \sim 1500 \text{ r/min}$ 、中心高 $> 550 \text{ mm}$ 的泵）。

III类：安装在刚性非常大的（在测振方向上）、重的基础上的、带有旋转质量的大型原动机和其他大型机器（中心距 $\leq 225 \text{ mm}$ 、转速 $> 4500 \sim 12000 \text{ r/min}$ 或中心距 $> 225 \sim 550 \text{ mm}$ 、转速 $> 1800 \sim 4500 \text{ r/min}$ 或中心距 $> 550 \text{ mm}$ 、转速 $> 1500 \sim 3600 \text{ r/min}$ 的泵）。

IV类：安装在刚性非常小的（在测振方向上）基础上、带有旋转质量的大型原动机和其他大型机器（透平发动机组，特别是轻型透平发动机组；中心高 $> 225 \sim 550 \text{ mm}$ 、转速 $> 4500 \sim 12000 \text{ r/min}$ 或中心高 $> 550 \text{ mm}$ 、转速 $> 3600 \sim 12000 \text{ r/min}$ 的泵；对称平衡式压缩机）。

V类：安装在刚性非常大的（在测振方向上）基础上带有不平衡惯性力的机器和机械驱动系统（由往复运动造成，包括角度式、对置式压缩机；标定转速 $\leq 3000\text{r}/\text{min}$ 、刚性支承的多缸柴油机）。

VI类：安装在刚性非常小的（在测振方向上）基础上、带有不平衡惯性力的机械和机器驱动系统（立式、卧式压缩机；刚性支承、转速 $> 3000\text{r}/\text{min}$ 或弹性支承、转速 $\leq 3000\text{r}/\text{min}$ 的多缸柴油机）；具有松动耦合旋转质量的机器（如研磨机中的回转轴）；具有可变的不平衡力矩能自成系统地进行工作而不用连接件的机器（如离心机）；加工厂中用的振动筛、动态疲劳试验机和振动台。

VII类：安装在弹性支承上、转速 $> 3000\text{r}/\text{min}$ 的多缸柴油机；非固定式压缩机。

表 17-1-3 推荐的机械设备的振动标准

分级范围	振动烈度 V_{rms} $/\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$	分贝 /dB	机械设备的类别						
			I	II	III	IV	V	VI	VII
0.11	0.071 ~ 0.112	81	A	A	A	A	A	A	A
0.18	0.112 ~ 0.18	85							
0.28	0.18 ~ 0.28	89							
0.45	0.28 ~ 0.45	93							
0.71	0.45 ~ 0.71	97							
1.12	0.71 ~ 1.12	101		B	B	B	B	B	A
1.8	1.12 ~ 1.8	105		C					A
2.8	1.8 ~ 2.8	109		D					A
4.5	2.8 ~ 4.5	113		D					A
7.1	4.5 ~ 7.1	117		D					A
11.2	7.1 ~ 11.2	121		D					A
18	11.2 ~ 18	125		D					A
28	18 ~ 28	129		D					A
45	28 ~ 45	133		D					A
71	45 ~ 71	137		D					A
112	71 ~ 112	141		D					A

注：振动速度级的基准取为 $V_{0(\text{ref})} = 10^{-6}\text{cm}/\text{s}$ ，

每4dB一档。相当的量程比例为1:1.6。在大多数机器中4个dB的差额产生一个速度增量（或降低量），在振动响应中它表示一个重要的变化。

我国有些设备标准不完全按表 17-1-3 的规定，例如对于单缸柴油机（标定转速 $\leq 3000\text{r}/\text{min}$ ）的标准如表 17-1-4。

表 17-1-4 单缸柴油机的等级和振动烈度
(标定转速 $\leq 3000\text{r}/\text{min}$)

等 级	水 冷		风 冷	
	刚性支承	弹性支承	刚性支承	弹性支承
	振动烈度限值/ $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$			
A	7.1	11.2	11.2	18.0
B	11.2	18.0	18.0	28.0
C	18.0	28.0	28.0	45

以上规定适用于振动频率的下限为10Hz。在现代船舶中，振动频率低于10Hz的也还是有的，当频率低于10Hz时，建议采用振幅作为衡量标准，请参看相关专业标准。

第2章 机械振动基础资料

1 机械振动表示方法

1.1 简谐振动表示方法

表 17-2-1

项目	时间历程表示法	旋转矢量表示法	复数表示法
简图			
说明	作简谐振动的质量 m 上的点光 源照射在以运动速度为 v 的紫外 线感光纸上记录的曲线	矢量 A 或 $(a + b)$ 以等角速度 ω 逆时针方向旋转时, 在坐标轴 x 上的投影	矢量 A 或 $(a + b)$ 以等角速度 ω 逆时针方向旋转时, 同时在实轴和 虚轴上投影
振动位移	$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$	$x = A e^{i(\omega t + \varphi_0)}$	$x = A e^{i(\omega t + \varphi_0)}$
振动速度	$\dot{x} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$	$\dot{x} = \omega A e^{i(\omega t + \varphi_0)}$	$\dot{x} = \omega A e^{i(\omega t + \varphi_0)}$
振动加速度	$\ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$	$\ddot{x} = -\omega^2 A e^{i(\omega t + \varphi_0)}$	$\ddot{x} = -\omega^2 A e^{i(\omega t + \varphi_0)}$
振动位移、速度、 加速度的相位关系	振动位移、速度和加速度的频率都等于 ω_0 , 最大位移即振幅为 A 振动速度矢量比位移矢量超前 90° , 最大速度 $v_0 = \omega A$ 振动加速度矢量又超前速度矢量 90° , 最大加速度 $a_0 = \omega^2 A$		

注: 时间历程曲线表示法是振动时域描述方法, 也可以用来描述周期振动、非周期振动和随机振动。

1.2 周期振动幅值表示法

表 17-2-2

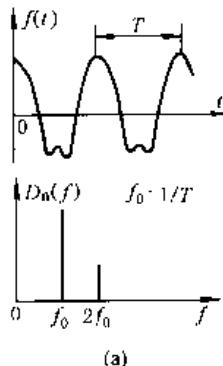
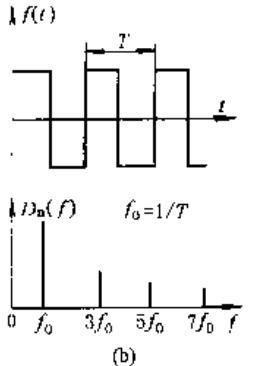
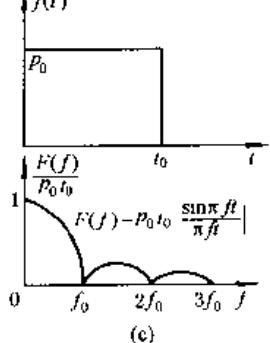
名称	幅值	简图
峰值 A	$x(t)$ 的最大值	1
峰峰值 A_{FF}	$x(t)$ 的最大值和最小值之差	2
平均绝对值 \bar{A}	$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$	0.636
均方值 A_{ms}	$\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$	—
均方根值(有效值) A_{rms}	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$	0.707

注: 1. 周期振动幅值表示法是一种幅域描述方法, 也可以用来描述非周期振动和随机振动。

2. 对简谐振动峰值即为振幅, 峰峰值即为双振幅。

1.3 振动频谱表示法

表 17-2-3

项 目	周 期 性 振 动	非 周 期 性 振 动
振动时间函数 $f(t)$ 的傅里叶变换	$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$ $= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$ $= \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t}$	$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$ $= \int_{-\infty}^{\infty} F(f) e^{j2\pi f t} df$
振动的频谱表达式	傅里叶系数: $(\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0)$ $a_0 = c_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ $a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt$ $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt$ 幅值谱: $c_n(\omega) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ 相位谱: $\varphi_n(\omega) = \arctan(-b_n/a_n)$ 复谱: $D_n(\omega_0) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$ $D_n(f_0) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn2\pi f_0 t} dt$	$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$ $F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi f t} dt$
图 例	 	

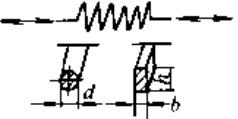
注: 图 a、b、c 的下图为上图的频谱。图 a 的下图表示只有两个谐波分量, 为完全谱。图 b 的下图表示前四个谐波分量, 为非完全谱。该方法是振动的频域描述方法, 也可用以描述随机振动。

2 弹性构件的刚度

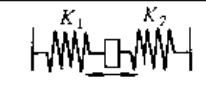
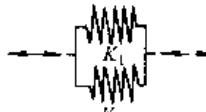
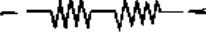
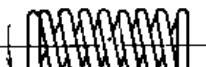
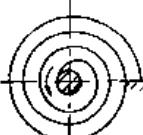
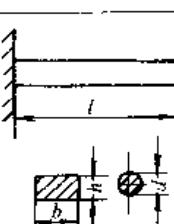
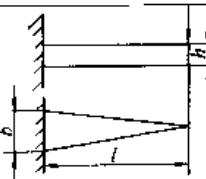
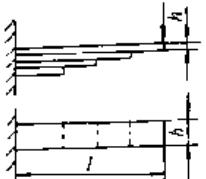
作用在弹性元件上的力(或力矩)的增量 T 与相应的位移(或角位移)的增量 δ_a 之比称为刚度。刚度 K 由下式计算:

$$K = T/\delta_a \quad (\text{N/m 或 N}\cdot\text{m/rad})$$

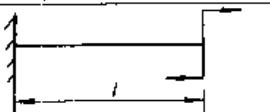
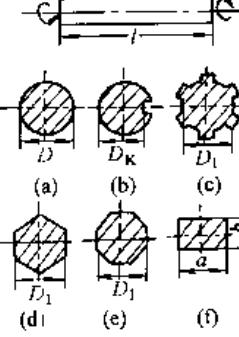
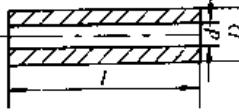
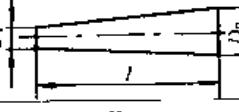
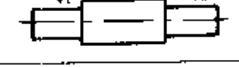
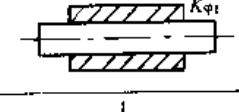
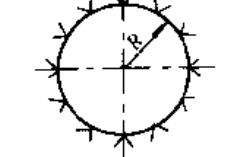
表 17-2-4

序号	构 件 型 式	简 图	刚 度 $K/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ($K_g/\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$)												
1	圆柱形拉伸或压缩弹簧		圆形截面 $K = \frac{Gd^4}{8nD}$ 矩形截面 $K = \frac{4Ghb^3\Delta}{\pi nD}$ n —— 弹簧圈数 <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>h/b</td> <td>1</td> <td>1.5</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Δ</td> <td>0.141</td> <td>0.196</td> <td>0.229</td> <td>0.263</td> <td>0.281</td> </tr> </table>	h/b	1	1.5	2	3	4	Δ	0.141	0.196	0.229	0.263	0.281
h/b	1	1.5	2	3	4										
Δ	0.141	0.196	0.229	0.263	0.281										

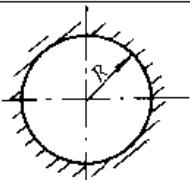
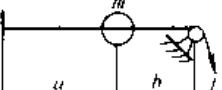
续表

序号	构件型式	简图	刚度 $K/N\cdot m^{-1}$ ($K_g/N\cdot m\cdot rad^{-1}$)
2	圆锥形拉伸弹簧		$\text{圆形截面 } K = \frac{Gd^4}{2\pi(D_1^2 + D_2^2)(D_1 + D_2)}$ $\text{矩形截面 } K = \frac{16Gb^3\eta}{\pi n(D_1^2 + D_2^2)(D_1 + D_2)}$ $\eta = \frac{0.276\left(\frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(\frac{h}{b}\right)^2} \quad D_1 \text{——大端中径, m}$ $D_2 \text{——小端中径, m}$
3	两个弹簧并联		$K = K_1 + K_2$
4	n 个弹簧并联		$K = K_1 + K_2 + \dots + K_n$
5	两个弹簧串联		$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$
6	n 个弹簧串联		$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n}$
7	混合联接弹簧		$K = \frac{(K_1 + K_2)K_3}{K_1 + K_2 + K_3}$
8	受扭圆柱弹簧		$K_g = \frac{Ed^4}{32nD}$
9	受弯圆柱弹簧		$K_g = \frac{Ed^4}{32nD} \left[\frac{1}{1 + E/2G} \right]$
10	卷簧		$l \text{——钢丝总长}$ $K_g = \frac{EI_s}{l}$
11	等截面悬臂梁		$K = \frac{3EJ}{l^3}$ 圆截面: $K = \frac{3\pi d^4 E}{64 l^3}$ 矩形截面: $K = \frac{bh^3 E}{4l^3}$
12	等厚三角形悬臂 梁		$K = \frac{bh^3 E}{6l^3}$
13	悬臂板簧组 (各 板排列成等强度梁)		$K = \frac{nbh^3 E}{6l^3}$ $n \text{——钢板数}$

续表

序号	构件型式	简图	刚度 $K/N \cdot m^{-1}$ ($K_\varphi/N \cdot m \cdot rad^{-1}$)												
14	两端简支		$K = \frac{3EJl}{l_1^2 l_2^2}$ 当 $l_1 = l_2$ 时, $K = \frac{48EJ}{l^3}$												
15	两端固定		$K = \frac{3EJl^3}{l_1^3 l_2^3}$ 当 $l_1 = l_2$ 时, $K = \frac{192EJ}{l^3}$												
16	力偶作用于悬臂梁端部		$K_\varphi = \frac{EJ}{l}$												
17	力偶作用于简支梁中点		$K_\varphi = \frac{12EJ}{l}$												
18	力偶作用于两端固定梁中点		$K_\varphi = \frac{16EJ}{l}$												
19	受扭实心轴		(a) $K_\varphi = \frac{G\pi D^4}{32l}$ (b) $K_\varphi = \frac{G\pi D_1^4}{32l}$ (c) $K_\varphi = \frac{G\pi D_1^4}{32l}$ (d) $K_\varphi = 1.18 \frac{G\pi D_1^4}{32l}$ (e) $K_\varphi = 1.1 \frac{G\pi D^4}{32l}$ (f) $K_\varphi = a \frac{G\pi b^4}{32l}$ <table border="1"><tr><td>a/b</td><td>1</td><td>1.5</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>a</td><td>1.43</td><td>2.94</td><td>4.57</td><td>7.90</td><td>11.23</td></tr></table>	a/b	1	1.5	2	3	4	a	1.43	2.94	4.57	7.90	11.23
a/b	1	1.5	2	3	4										
a	1.43	2.94	4.57	7.90	11.23										
20	受扭空心轴		$K_\varphi = \frac{G\pi(D^4 - d^4)}{32l}$												
21	受扭锥形轴		$K_\varphi = \frac{3G\pi D_1^3 D_2^3 (D_2 - D_1)}{32l(D_2^3 - D_1^3)}$												
22	受扭阶梯轴		$\frac{1}{K_\varphi} = \frac{1}{K_{\varphi 1}} + \frac{1}{K_{\varphi 2}} + \frac{1}{K_{\varphi 3}} - \dots$												
23	受扭紧配合轴		$K_\varphi = K_{\varphi 1} + K_{\varphi 2} + \dots$												
24	周边简支中心受力的圆板		$K = \frac{4\pi E\delta^3}{3R^2(1-\mu)(3+\mu)}$												

续表

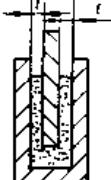
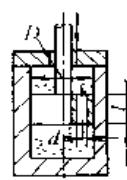
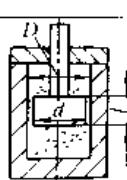
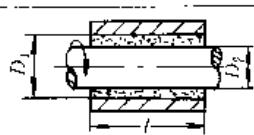
序号	构件型式	简图	刚度 $K/N \cdot m^{-1}$ ($K_g/N \cdot m \cdot rad^{-1}$)
25	周边固定中心受力的圆板		$K = \frac{4\pi E \delta^3}{3R^2(1-\mu^2)}$
26	受张力的弦		$K = \frac{T(a+b)}{ab}$

注: E —弹性模量, Pa; G —剪切弹性模量, Pa; J —截面惯性矩, m^4 ; D —弹簧中径、轴外径, m; m ; d —弹簧钢丝直径、轴直径, m; n —弹簧有效圈数; δ —板厚, m; μ —泊松比。

3 阻尼系数

3.1 线性阻尼系数

表 17-2-5

序号	机理	简图	阻尼力 F/N (或阻尼力矩 $M/N \cdot m$)	阻尼系数 $C/N \cdot s \cdot m^{-1}$ ($C_g/N \cdot m \cdot rad^{-1}$)
1	液体介于两相对运动的平行板之间		$F = \frac{2\eta A}{t} v$ <p>流体动力粘度系数 η, N·s/m² 15℃空气 $\eta = 1.82$ N·s/m² 20℃水 $\eta = 103$ N·s/m² 20℃酒精 $\eta = 176$ N·s/m² 15.6℃机油 $\eta = 11610$ N·s/m²</p>	$C = \frac{2\eta A}{t}$
2	板在液体内部平行移动		$F = \frac{2\eta A}{t} v$	A —动板一侧与液体接触面积, m^2 t —流体层厚度, m v —两平行板相对运动速度, m/s , $t = r_1 - r_2$
3	液体通过移动活塞上的小孔		圆孔直径为 d 时: $F = \frac{8\pi\eta l}{n} \left(\frac{D}{d}\right)^4 v$ <p>n—小孔数 矩形孔面积为 $a \times b$ 时: $F = 12\pi\eta l \frac{A^2}{a^3 b}, (a \ll b)$ <p>A—活塞面积, m^2</p> </p>	圆形孔: $C = \frac{8\pi\eta l}{n} \left(\frac{D}{d}\right)^4$ <p>矩形孔: $C = 12\pi\eta l \frac{A^2}{a^3 b}$ </p>
4	液体通过移动活塞柱面与缸壁的间隙		$F = \frac{6\pi\eta l d^3}{(D-d)^3} v$	$C = \frac{6\pi\eta l d^3}{(D-d)^3}$
5	液体介于两相对转动的同心圆柱之间		$M = \frac{\pi\eta l}{2} \frac{(D_1 + D_2)^3}{(D_1 - D_2)} \omega$ <p>ω—角速度, rad/s</p>	$C_g = \frac{\pi\eta l}{2} \frac{(D_1 + D_2)^3}{(D_1 - D_2)}$

续表

序号	机理	简图	阻尼力 F/N (或阻尼力矩 $M/N \cdot m$)	阻尼系数 $C/N \cdot s \cdot m^{-1}$ ($C_e/N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$)
6	液体介于两相对运动的同心圆盘之间		$M = \frac{\pi \eta}{32t} (D_1^4 - D_2^4) \omega$	$C_e = \frac{\pi \eta}{32t} (D_1^4 - D_2^4)$
7	液体介于两相对运动的圆柱形壳和圆盘之间		$M = \pi \eta \left[\frac{b D_1^2 D_2^2}{D_1^2 - D_2^2} + \frac{D_2^4 - D_3^4}{16t} \right] \omega$	$C_e = \pi \eta \left[\frac{b D_1^2 D_2^2}{D_1^2 - D_2^2} + \frac{D_2^4 - D_3^4}{16t} \right]$

3.2 非线性阻尼的等效线性阻尼系数

表 17-2-6

序号	阻尼种类	阻尼机理	阻尼力 F/N	等效线性阻尼系数 $C_e/N \cdot s \cdot m^{-1}$
1	干摩擦阻尼	 正压力	$F = \mu N$ 摩擦因数 μ : 钢与铸铁 $\mu = 0.2 \sim 0.3$ 钢与铸铁 (涂油) $\mu = 0.08 \sim 0.16$ 钢与钢 $\mu = 0.15$ 钢与青铜 $\mu = 0.15$	$C_e = \frac{4\mu N}{\pi A \omega}$ 尼龙与金属 $\mu = 0.3$ 塑料与金属 $\mu = 0.05$ 树脂与金属 $\mu = 0.2$
2	速度平方阻尼	物体在流体中以很高速度运动时, 也就是当雷诺数 Re 很大时, 所产生的阻尼力与速度的平方成正比	$F = \frac{\rho S^3}{2(C_d a)^2} v^2$ ρ —流体密度, kg/m^3 S —活塞面积, m^2 a —小孔面积, m^2 C_d —流出系数, $C_d = F/v^2$ v —活塞运动速度	$C_e = \frac{8}{3\pi} C_d \omega A$ 流出系数参考值: 孔长较短 $C_d = 0.6$ 孔长为直径 3 倍边缘为直角 $C_d = 0.8$ 孔长为直径 3 倍流入一侧为圆弧 $C_d = 0.9$ 带阀门的孔 $C_d = 0.6 \sim 0.7$
3	内部摩擦阻尼	当固体变形时, 以滞后形式消耗能量产生的阻尼。例如: 橡胶材料谐振时的阻尼	$F = K(1 + i\beta)x$ $K(1 + i\beta)$ —复数形式的弹簧常数; i —第二项相对于第一项的相位滞后 90° ; K —动弹簧常数; β —力学的材料损耗因子	$C_e = \frac{\beta K}{\omega}$ 邵氏硬度 30° 50° 70° β 5% 10% 15% 品种 β 氯丁橡胶 15% ~ 30% 丁腈橡胶 25% ~ 40% 苯乙烯橡胶 15% ~ 30%
4	一般非线性阻尼		$F = f(x, \dot{x})$ 其中: $x = A \sin \varphi$ $\dot{x} = \omega A \cos \varphi$	$C_e = \frac{1}{\pi \omega A} \int_0^{2\pi} f(x, \dot{x}) \cos \varphi d\varphi$

注: A —振幅, m ; ω —振动频率, rad/s 。

4 振动系统的固有圆频率

4.1 单自由度系统的固有圆频率

质量为 m 的物体作简谐运动的圆频率 ω_n 称固有圆频率(或固有角频率)。其与弹性构件刚度 K 的关系可由下式计算:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (\text{rad/s}) \quad (17-2-1)$$

固有频率 f_n 为:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (1/\text{s}) \quad (17-2-2)$$

表 17-2-4 已列出弹性构件的刚度, 代入式 (17-2-1) 即可求得各自的固有圆频率。其他见表 17-2-7。

表 17-2-7

序号	系统形式	系统简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad/s}^{-1}$
1	一个质量一个弹簧系统		$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$ <p>若计弹簧质量 m_s:</p> $\omega_n = \sqrt{\frac{3K}{3m + m_s}}$ <p>K—弹簧刚度, N/m; m—刚体质量, kg; m_s—弹簧分布质量, kg; δ—静变形量, m; g—重力加速度, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$</p>
2	两个质量一个弹簧的系统		$\omega_n = \sqrt{\frac{K(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$
3	质量 m 和刚性杆弹簧系统		<p>不计杆质量时</p> $\omega_n = \sqrt{\frac{Kl^2}{ma^2}}$ <p>若计杠杆质量 m_s 时, 则</p> $\omega_n = \sqrt{\frac{3Kl^2}{3ma^2 + m_s l^2}}$ <p>系统具有 n 个集中质量时, 以 $(m_1 a_1 + m_2 a_2^2 + \dots + m_n a_n^2)$ 代替式中的 ma^2</p> <p>系统具有 n 个弹簧时, 以 $(K_1 l_1^2 + K_2 l_2^2 + \dots + K_n l_n^2)$ 代替式中的 Kl^2</p>
4	悬臂梁端有集中质量系统		$\omega_n = \sqrt{\frac{3EJ}{ml^3}}$ <p>若计杆质量 m_s 时, $\omega_n = \sqrt{\frac{3EJ}{(m + 0.24m_s) l^3}}$</p> <p>$E$—弹性模量, Pa; J—截面惯性矩, m^4</p>
5	一端固定、另一端有圆盘的扭转轴系		$\omega_n = \sqrt{\frac{K_\phi}{I}}$ <p>若计轴的转动惯量 J_s 时, $\omega_n = \sqrt{\frac{3K_\phi}{3I + J_s}}$</p>
6	两端固定、中间有圆盘的扭转轴系		$\omega_n = \sqrt{\frac{GJ_p(l_1 + l_2)}{R_1 l_2}}$ <p>G—剪切弹性模量, Pa; J_p—截面极惯性矩, m^4</p>

续表

序号	系统形式	系统简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
7	单摆		$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}}$
8	物理摆		$\omega_n = \sqrt{\frac{pl}{p^2 + l^2}}$ l——摆重心至转轴中心的距离, m p——摆对质心的回转半径, m
9	倾斜摆		$\omega_n = \sqrt{\frac{g \sin \beta}{l}}$
10	双簧摆		$\omega_n = \sqrt{\frac{Ka^2}{ml^2} + \frac{g}{l}}$
11	倒立双簧摆		$\omega_n = \sqrt{\frac{Ka^2}{ml^2} - \frac{g}{l}}$
12	杠杆摆		$\omega_n = \sqrt{\frac{K^2 \cos^2 \alpha - K\delta r \sin \alpha}{ml^2}}$ δ ——弹簧静变形, m
13	离心摆 (转轴中心线在振动物体运动平面中)		$\omega_n = \frac{\pi n}{30} \sqrt{\frac{l+r}{l}}$ n——转轴转速, r/min
14	离心摆 (转轴中心线垂直于振动物体运动平面)		$\omega_n = \frac{\pi n}{30} \sqrt{\frac{r}{l}}$

续表

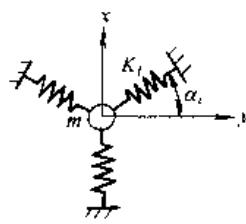
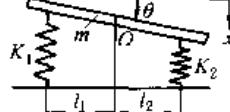
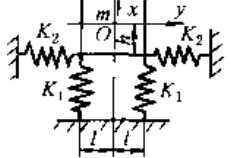
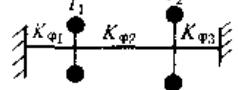
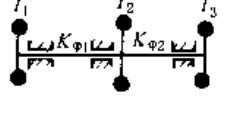
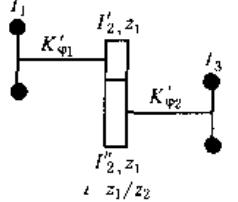
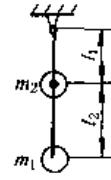
序号	系统形式	系统简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
15	圆柱体在弧面上做无滑动的滚动		$\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$
16	圆盘轴在弧面上做无滑动的滚动		$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{(R-r)(1+\rho^2/r^2)}}$ ρ ——振动体回转半径, m
17	U形管中的液柱		$\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{l}}$
18	导管连接的两容器中液面的振动		$\omega_n = \sqrt{\frac{gA_3(\bar{A}_1+A_2)}{I_1A_2+A_3(\bar{A}_1+A_2)h}}$ A_1, A_2, A_3 ——分别为容器 1、2 及导管的截面积, m^2
19	两端有圆盘的扭转轴系		$\omega_n = \sqrt{\frac{K_p(I_1+I_2)}{I_1I_2}}$ 节点 N 的位置: $I_1 = \frac{I_2}{I_1+I_2}l$ $I_2 = \frac{I_1}{I_1+I_2}l$

4.2 二自由度系统的固有圆频率

表 17-2-8

序号	系统形式	系统简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
1	两个质量三个弹簧系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2}(\omega_{11}^2 + \omega_{22}^2) \mp \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_{11}^2 - \omega_{22}^2)^2 + 4\omega_{12}^2}$ $\omega_{11}^2 = \frac{K_1 + K_2}{m_1}$ $\omega_{22}^2 = \frac{K_2 + K_3}{m_2}$ $\omega_{12}^2 = \frac{K_2}{\sqrt{m_1 m_2}}$
2	两个质量两个弹簧系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} \left[\omega_1^2 + \omega_2^2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \right] \mp \frac{1}{2} \sqrt{ \left[\omega_1^2 + \omega_2^2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \right]^2 - 4\omega_1^2\omega_2^2}$ $\omega_1^2 = \frac{K_1}{m_1}$ $\omega_2^2 = \frac{K_2}{m_2}$

续表

序号	系统形式	系统简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
3	三个质量两个弹簧系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)^2 - 4\omega_1^2\omega_3^2 \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_2}}$ $\omega_1^2 = \frac{K_1}{m_1}, \quad \omega_2^2 = \frac{K_1 + K_2}{m_2}, \quad \omega_3^2 = \frac{K_2}{m_3}$
4	三个弹簧支持的质量系统（质量中心和各弹簧中心线在同一平面内）		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_x^2 + \omega_y^2) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2)^2 + 4\omega_{xy}^2}$ $\omega_x^2 = \frac{K_x}{m}, \quad \omega_y^2 = \frac{K_y}{m}, \quad \omega_{xy}^2 = \frac{K_{xy}}{m}$ $K_x = \sum_{i=1}^n K_i \cos^2 \alpha_i, \quad K_y = \sum_{i=1}^n K_i \sin^2 \alpha_i$ $K_{xy} = \sum_{i=1}^n K_i \sin \alpha_i \cos \alpha_i (n = 3)$
5	刚性杆为两个弹簧所支持的系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (a + c) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(a - c)^2 + \frac{4mb^2}{I}}$ $a = \frac{K_1 + K_2}{m}, \quad b = \frac{K_2 l_2 - K_1 l_1}{m}$ $c = \frac{K_1 l_1^2 + K_2 l_2^2}{I} \quad I \text{——转动惯量, kg}\cdot\text{m}^2$
6	直线振动和摇摆振动的联合系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_y^2 + \omega_0^2) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_y^2 - \omega_0^2)^2 + \frac{4\omega_y^4 mh^2}{I}}$ $\omega_y^2 = \frac{2K_2}{m}, \quad \omega_0^2 = \frac{2K_1 l^2 + 2K_2 h^2}{I}$
7	三段轴两圆盘扭振系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\omega_{12}^2}$ $\omega_1^2 = \frac{K_{\varphi 1} + K_{\varphi 2}}{I_1}, \quad \omega_2^2 = \frac{K_{\varphi 2} + K_{\varphi 3}}{I_2}, \quad \omega_{12}^2 = \frac{K_{\varphi 2}}{\sqrt{I_1 I_2}}$
8	两段轴二圆盘扭振系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)^2 - 4\omega_1^2\omega_3^2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_2}}$ $\omega_1^2 = \frac{K_{\varphi 1}}{I_1}, \quad \omega_2^2 = \frac{K_{\varphi 1} + K_{\varphi 2}}{I_2}, \quad \omega_3^2 = \frac{K_{\varphi 2}}{I_3}$
9	两端圆盘轴和轴之间齿轮联接系统		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)^2 - 4\omega_1^2\omega_3^2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_2}}$ $\omega_1^2 = \frac{K_{\varphi 1}}{I_1}, \quad \omega_2^2 = \frac{K_{\varphi 1} + K_{\varphi 2}}{I_2}, \quad \omega_3^2 = \frac{K_{\varphi 2}}{I_3}$ $I_1 = I'_1, \quad I_2 = I'_2 + i^2 I'_2, \quad I_3 = i^2 I'_3, \quad K_{\varphi 1} = K'_{\varphi 1}, \quad K_{\varphi 2} = i^2 K'_{\varphi 2}$
10	二重摆		$\omega_n^2 = \frac{m_1 + m_2}{2m_1} \left[\omega_1^2 + \omega_2^2 \mp \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\omega_1^2\omega_2^2 \frac{m_2}{m_1 + m_2}} \right]$ $\omega_1^2 = \frac{g}{l_1}, \quad \omega_2^2 = \frac{g}{l_2}, \quad g \text{——重力加速度, } g = 9.81 \text{ m/s}^2$

续表

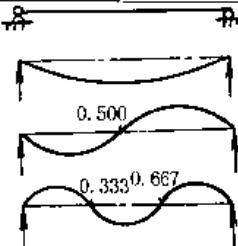
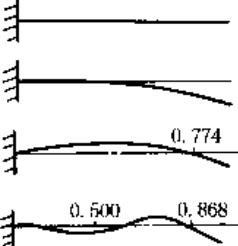
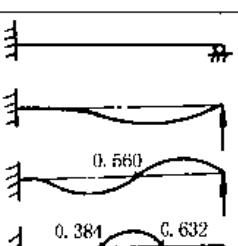
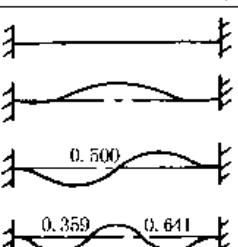
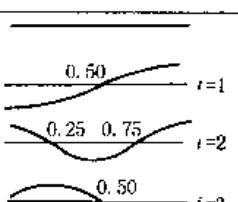
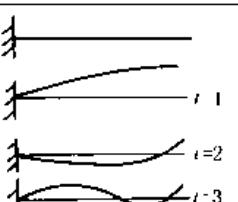
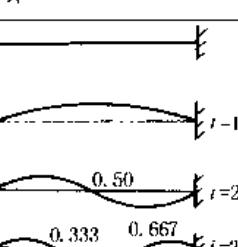
序号	系统形式	系统简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
11	二联合单摆		$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \mp$ $\frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)^2 - 4 (\omega_1^2 \omega_3^2 + \omega_2^2 \omega_4^2 + \omega_3^2 \omega_4^2)}$ $\omega_1^2 = \frac{K a^2}{m_1 l_1^2}, \quad \omega_2^2 = \frac{K a^2}{m_2 l_2^2}, \quad \omega_3^2 = \frac{g}{l_1}, \quad \omega_4^2 = \frac{g}{l_2}$
12	二重物理摆		$\omega_n^2 = \frac{1}{2a} (b \mp \sqrt{b^2 - 4ac})$ $a = (I_1 + m_1 h_1^2 + m_2 l^2) (I_2 + m_2 h_2^2) - m_2^2 h_2^2 l^2$ $b = (I_1 + m_1 h_1^2 + m_2 l^2) m_2 h_2 g + (I_2 + m_2 h_2^2) (m_1 h_1 + m_2 l) g$ $c = (m_1 h_1 + m_2 l) m_2 h_2 g^2$
13	两个质量的悬臂梁系统		$\omega_n^2 = \frac{48EJ}{7m_1 m_2} [m_1 + 8m_2 \mp \sqrt{m_1^2 + 9m_1 m_2 + 64m_2^2}]$ <p>E——弹性模量, Pa; J——截面惯性矩, m^4</p>
14	两个质量的简支梁系统		$\omega_n^2 = \frac{162EJ}{5m_1 m_2 l^3} [4 (m_1 + m_2) \mp \sqrt{16m_1^2 + 17m_1 m_2 + 16m_2^2}]$
15	两个质量的外伸简支梁系统		$\omega_n^2 = \frac{32EJ}{5m_1 m_2 l^3} [(m_1 + 6m_2) \mp \sqrt{m_1^2 - 3m_1 m_2 + 36m_2^2}]$

4.3 多自由度系统的固有圆频率

表 17-2-9

序号	系统形式	简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
1	两端自由等截面杆、梁的横向振动		$\omega_n = \frac{a_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_l}}$ <p>E——弹性模量, Pa; J——截面惯性矩, m^4; l——杆、梁长度, m; ρ_l——线密度, kg/m; a_n——振型常数, $a_1 = 4.73, a_2 = 7.853, a_3 = 10.996$</p>
2	一端简支, 一端自由等截面杆、梁的横向振动		$\omega_n = \frac{a_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_l}}$ <p>$a_1 = 3.927, a_2 = 7.069, a_3 = 10.21$</p>

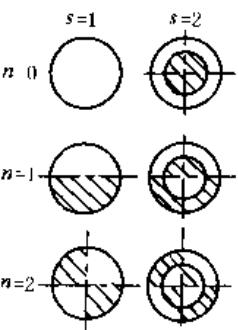
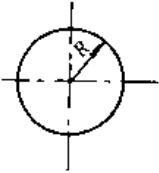
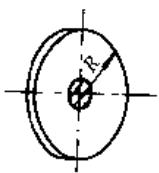
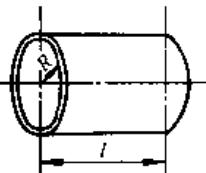
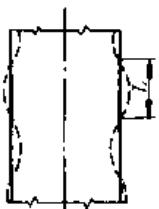
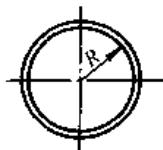
续表

序号	系统形式	简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
3	两端简支等截面杆、梁的横向振动		$\omega_n = \frac{a_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_l}}$ $a_1 = \pi, a_2 = 2\pi, a_3 = 3\pi$
4	一端固定，一端自由等截面杆、梁的横向振动		$\omega_n = \frac{a_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_l}}$ $a_1 = 1.875, a_2 = 4.694, a_3 = 7.855$
5	一端固定一端简支等截面杆、梁的横向振动		$\omega_n = \frac{a_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_l}}$ $a_1 = 3.927, a_2 = 7.069, a_3 = 10.21$
6	两端固定等截面杆、梁的横向振动		$\omega_n = \frac{a_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_l}}$ $a_1 = 4.73, a_2 = 7.853, a_3 = 10.996$
7	两端自由等截面杆的纵向振动		$\omega_n = \frac{i\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $i = 1, 2, 3, \dots$ ρ — 密度, kg/m^3
8	一端固定一端自由等截面杆的纵向振动		$\omega_n = \frac{2i-1}{2} \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $i = 1, 2, 3, \dots$
9	两端固定等截面杆的纵向振动		$\omega_n = \frac{i\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $i = 1, 2, 3, \dots$

续表

序号	系统形式	简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$																
10	周边受张力的矩形膜		$\omega_n = \pi \sqrt{\frac{T}{\rho_A} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)}$ $m = 1, 2, 3, \dots \quad n = 1, 2, 3, \dots$ <p>T——张力, N; ρ_A——面密度, kg/m^2</p>																
11	周边受张力的圆形膜		$\omega_n = (a_n \sqrt{T/\rho_A})/R$ <p>振型常数 a_n</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th><th>s=1</th><th>s=2</th><th>s=3</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td><td>2.404</td><td>5.52</td><td>8.654</td></tr> <tr> <td>1</td><td>3.832</td><td>7.026</td><td>10.173</td></tr> <tr> <td>2</td><td>5.135</td><td>8.417</td><td>11.62</td></tr> </tbody> </table>	n	s=1	s=2	s=3	0	2.404	5.52	8.654	1	3.832	7.026	10.173	2	5.135	8.417	11.62
n	s=1	s=2	s=3																
0	2.404	5.52	8.654																
1	3.832	7.026	10.173																
2	5.135	8.417	11.62																
12	周边简支的矩形板		$\omega_n = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A}}$ $m = 1, 2, 3, \dots \quad n = 1, 2, 3, \dots$ <p>δ——板厚, m; μ——泊松比</p>																
13	周边固定的正方形板		$\omega_n = \frac{a_n}{a^2} \sqrt{\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A}}$ <p>图 a ~ f 中振型常数 a_n 分别为 35.99、73.41、108.27 131.64、132.25、165.15</p>																
14	两边固定两边自由的正方形板		$\omega_n = \frac{a_n}{a^2} \sqrt{\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A}}$ <p>图 a ~ e 中振型常数 a_n 分别为 6.958、24.08、26.80 48.05、63.54</p>																
15	一边固定三边自由的正方形板		$\omega_n = \frac{a_n}{a^2} \sqrt{\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A}}$ <p>图 a ~ e 中振型常数 a_n 分别为 3.494、8.547、21.44 27.46、31.17</p>																

续表

序号	系统形式	简图	固有圆频率 $\omega_n/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$																																																																																	
16	周边固定的圆形板	 	$\omega_n = \frac{a_{n\delta}}{R^2} \sqrt{\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A}}$ <p>振型常数 $a_{n\delta}$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>s</th> <th>$n=0$</th> <th>$n=1$</th> <th>$n=2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>10.17</td> <td>21.27</td> <td>34.85</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>39.76</td> <td>60.80</td> <td>88.35</td> </tr> </tbody> </table>	s	$n=0$	$n=1$	$n=2$	1	10.17	21.27	34.85	2	39.76	60.80	88.35																																																																					
s	$n=0$	$n=1$	$n=2$																																																																																	
1	10.17	21.27	34.85																																																																																	
2	39.76	60.80	88.35																																																																																	
17	周边自由的圆板		$\omega_n = \frac{a_{n\delta}}{R^2} \sqrt{\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A}}$ <p>振型常数 $a_{n\delta}$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>s</th> <th>$n=0$</th> <th>$n=1$</th> <th>$n=2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>—</td> <td>—</td> <td>5.251</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>9.076</td> <td>20.52</td> <td>35.24</td> </tr> </tbody> </table>	s	$n=0$	$n=1$	$n=2$	1	—	—	5.251	2	9.076	20.52	35.24																																																																					
s	$n=0$	$n=1$	$n=2$																																																																																	
1	—	—	5.251																																																																																	
2	9.076	20.52	35.24																																																																																	
18	周边自由中间固定的圆板		$\omega_n = \frac{a_{n\delta}}{R^2} \sqrt{\frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A}}$ <p>振型常数 $a_{n\delta}$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>s</th> <th>$n=0$</th> <th>$n=1$</th> <th>$n=2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>3.75</td> <td>—</td> <td>5.4</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20.91</td> <td>—</td> <td>30.48</td> </tr> </tbody> </table>	s	$n=0$	$n=1$	$n=2$	1	3.75	—	5.4	2	20.91	—	30.48																																																																					
s	$n=0$	$n=1$	$n=2$																																																																																	
1	3.75	—	5.4																																																																																	
2	20.91	—	30.48																																																																																	
19	有径向和切向位移振动的圆筒		$\omega_n^2 = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)\rho_A R^4} \times \frac{n^2(n^2-1)^2}{n^2+1}$ <p>n — 节点数的一半</p>																																																																																	
20	有径向和切向位移振动的无限长圆筒	 	$\omega_n = \frac{K}{R} \sqrt{\frac{G\delta}{\rho_A}} \quad m \text{——周边波的波数}$ <p>G — 剪切弹性模量, Pa</p> <p>K 值表</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">m</th> <th rowspan="2">L/R</th> <th colspan="2">扭振</th> <th colspan="2">非扭振</th> </tr> <tr> <th>K</th> <th>K_1</th> <th>K_2</th> <th>K_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">0</td> <td>1</td> <td>3.142</td> <td>1.604</td> <td>5.338</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1.571</td> <td>1.569</td> <td>2.729</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1.017</td> <td>1.445</td> <td>1.976</td> <td></td> </tr> <tr> <td>∞</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1.691</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">m</th> <th rowspan="2">L/R</th> <th colspan="3">非扭振</th> </tr> <tr> <th>K_1</th> <th>K_2</th> <th>K_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">1</td> <td>1</td> <td>1.428</td> <td>3.357</td> <td>5.611</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.968</td> <td>2.109</td> <td>3.294</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.63</td> <td>1.724</td> <td>2.753</td> </tr> <tr> <td>∞</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2.391</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">m</th> <th rowspan="2">L/R</th> <th>K_1</th> <th>K_2</th> <th>K_3</th> </tr> <tr> <th>2</th> <th>3</th> <th>∞</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">2</td> <td>1</td> <td>1.102</td> <td>3.84</td> <td>6.357</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.553</td> <td>2.709</td> <td>4.491</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.307</td> <td>2.378</td> <td>4.095</td> </tr> <tr> <td>∞</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>3.78</td> </tr> </tbody> </table>	m	L/R	扭振		非扭振		K	K_1	K_2	K_3	0	1	3.142	1.604	5.338		2	1.571	1.569	2.729		3	1.017	1.445	1.976		∞	0	0	1.691		m	L/R	非扭振			K_1	K_2	K_3	1	1	1.428	3.357	5.611	2	0.968	2.109	3.294	3	0.63	1.724	2.753	∞	0	1	2.391	m	L/R	K_1	K_2	K_3	2	3	∞	2	1	1.102	3.84	6.357	2	0.553	2.709	4.491	3	0.307	2.378	4.095	∞	0	2	3.78
m	L/R	扭振				非扭振																																																																														
		K	K_1	K_2	K_3																																																																															
0	1	3.142	1.604	5.338																																																																																
	2	1.571	1.569	2.729																																																																																
	3	1.017	1.445	1.976																																																																																
	∞	0	0	1.691																																																																																
m	L/R	非扭振																																																																																		
		K_1	K_2	K_3																																																																																
1	1	1.428	3.357	5.611																																																																																
	2	0.968	2.109	3.294																																																																																
	3	0.63	1.724	2.753																																																																																
	∞	0	1	2.391																																																																																
m	L/R	K_1	K_2	K_3																																																																																
		2	3	∞																																																																																
2	1	1.102	3.84	6.357																																																																																
	2	0.553	2.709	4.491																																																																																
	3	0.307	2.378	4.095																																																																																
	∞	0	2	3.78																																																																																

续表

序号	系统形式	简图	固有圆频率 $\omega_n / \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$						
21	空气柱的振动		$\omega_n = \frac{a_n}{l} \sqrt{\frac{1.4 p}{\rho}}$ <table border="0"> <tr> <td>两端闭</td> <td>$a_n = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$</td> </tr> <tr> <td>两端开</td> <td>$a_n = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$</td> </tr> <tr> <td>一端开一端闭</td> <td>$a_n = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$</td> </tr> </table> <p>$p$—空气压强, Pa ρ—空气密度, kg/m^3</p>	两端闭	$a_n = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$	两端开	$a_n = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$	一端开一端闭	$a_n = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$
两端闭	$a_n = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$								
两端开	$a_n = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$								
一端开一端闭	$a_n = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$								

5 同向简谐振动合成

表 17-2-10

序号	振动分量	合成振动	简图
1	同频率两个简谐振动 $x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$	合成振动为简谐振动 $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$ $\varphi = \arctan \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$	
2	同频率多个简谐振动 $x_i = A_i \sin(\omega t + \varphi_i)$ $i = 1, 2, \dots, n$	合成振动为简谐振动 $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ $A = \left[\left(\sum_{i=1}^n A_i \cos \varphi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n A_i \sin \varphi_i \right)^2 \right]^{1/2}$ $\varphi = \arctan \frac{\sum_{i=1}^n A_i \sin \varphi_i}{\sum_{i=1}^n A_i \cos \varphi_i}$	
3	不同频率两个简谐振动 $x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ $x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ $\omega_1 \neq \omega_2$ 频率比为较小的有理数	合成振动为周期性非简谐振动, 振动的频率与振动分量中的最低频率相一致, 振动波形取决于频率 ω 和振动分量各自振幅的大小和相位角 $x = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$	
4	大振幅低频率与小振幅高频率两个简谐振动 $x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ $x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ $A_1 > A_2$ $\omega_2 > \omega_1$ 频率比为较大的有理数	合成振动为周期性的非简谐振动, 主要频率为低频振动频率 $x = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$	

续表

序号	振动分量	合成振动	简图
5	大振幅高频率与小振幅低频率两个简谐振动 $x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ $x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ $A_2 > A_1$ $\omega_2 > \omega_1$ 且频率比为较大的有理数	合成振动为周期性的非简谐振动，主要频率为高频振动频率 $x = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$	
6	两个频率接近的简谐振动 $x_1 = A \cos \omega_1 t$ $x_2 = A \cos \omega_2 t$ $\omega_1 \approx \omega_2$	合成振动为拍振 $x = 2A \left[\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \right] \times \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$ 振幅变化频率等于 $(\omega_1 - \omega_2)$	

6 各种机械产生振动的基本频率

除转数外，各机械产生的高次扰动频率见表 17-2-11。

表 17-2-11

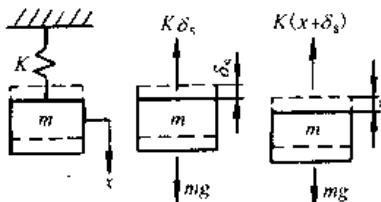
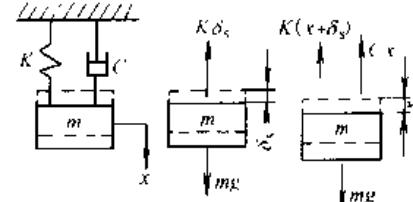
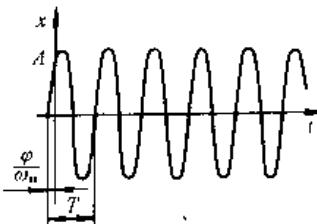
机械名称	扰动频率	机械名称	扰动频率
风机	轴转数 × 叶数	齿轮传动	轴转数 × 齿数
泵	轴转数 × 叶数	滚动轴承	轴转数 × $\frac{1}{2}$ (滚珠数)
电动机	轴转数 × 极数	螺旋桨	轴转数 × 叶片数

第3章 线性振动

线性系统在振动过程中，其惯性力、阻尼力和弹性恢复力分别与振动物体的加速度、速度、位移的一次方成正比。运动的位移、速度和加速度分别用 x 、 \dot{x} 、 \ddot{x} 表示，坐标均以静平衡状态为坐标原点，惯性力为 $-m\ddot{x}$ ，阻尼力为 $-C\dot{x}$ ，弹性恢复力为 $-Kx$ 。一般只有微幅振动的情况下，系统才是线性系统，所以，本章讨论线性系统的振动都是微幅振动。

1 单自由度系统自由振动模型参数及响应

表 17-3-1

序号	项目	无阻尼系统	线性阻尼系统
1	力学模型		
2	运动微分方程	$m\ddot{x} + Kx = 0$ m —质量，kg； K —刚度，N/m； C —粘性阻尼系数，N·s/m	$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$
3	特解	$x = e^{\lambda t}$	$x = e^{\lambda t}$
4	特征方程	$S^2 + \omega_n^2 = 0$ $\omega_n^2 = \frac{K}{m}$ $2\alpha = \frac{C}{m}$ S —特征值，若 S 为复数才能产生振动； ω_n —固有圆频率，rad/s； α —衰减系数	$S^2 + 2\alpha S + \omega_n^2 = 0$
5	固有圆频率	$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$ 单自由度系统的固有圆频率见表 17-2-7	$\omega_d = \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2}$ (小阻尼 $\alpha < \omega_n$ 时) ω_d —有阻尼圆频率，rad/s ζ —阻尼比， $\zeta = \frac{C}{C_c} = \frac{\alpha}{\omega_n}$ C_c —临界阻尼， $C_c = 2m\omega_n$ 当 $\zeta = 0.05$ 时， $\omega_d = 0.99875\omega_n$ 当 $\zeta = 0.2$ 时， $\omega_d = 0.98\omega_n$ 所以 $\omega_d \approx \omega_n$ (小阻尼 $\alpha < \omega_n$ 时)
6	对初始条件 (当 $t = 0$ 时， $x = x_0$, $\dot{x} = \dot{x}_0$) 的振动响应	$x = a \cos \omega_n t + b \sin \omega_n t = A \sin(\omega_n t + \varphi)$ 式中 $a = x_0$, $b = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n}$ (振幅) $A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2}$ (振幅) $\varphi = \arctan\left(\frac{x_0 \omega_n}{\dot{x}_0}\right)$ (初相位) 	当 $\alpha < \omega_n$ (小阻尼) 时： $x = e^{-\alpha t} (a \cos \omega_d t + b \sin \omega_d t)$ $= A e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \varphi)$ 式中 $a = x_0$, $b = \frac{x_0 + \alpha x_0}{\omega_d}$ $A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{x_0 + \alpha x_0}{\omega_d}\right)^2}$ $\varphi = \arctan\left(\frac{x_0 \omega_d}{x_0 + \alpha x_0}\right)$ 该振动如左下图所示的衰减振动，常用下面减幅系数来衡量。减幅系数(相邻两振幅比)： $\eta = A_1/A_2 = e^{-\alpha T_d}$ 对数减幅系数： $\delta = \frac{1}{n} \ln(A_1/A_{n+1}) = \alpha T_d$

续表

序号	项目	无阻尼系统	线性阻尼系统
6	对初始条件(当 $t = 0$ 时, $x = x_0$, $\dot{x} = \dot{x}_0$)的振动响应		<p>当 $\zeta = 0.05$ 时, $\eta = 1.37$, $A_2 = 0.73A_1$, 一个周期振幅衰减 27%, 振幅衰减显著, 不能忽略。所以 $x \approx Ae^{-\alpha t} \sin(\omega_n t + \varphi)$ (小阻尼 $\alpha < \omega_n$ 时)</p> <p>当 $\alpha = \omega_n$ (临界阻尼) 或 $\alpha > \omega_n$ (过阻尼) 时, 系统不能产生振动, 只能产生向静平衡位置的缓慢蠕动</p>
7	振动过程中的能量关系	<p>动能和势能相互转换。当 m 运动到最大位移处, 能量全部转换为势能。当 m 运动到静平衡位置时, 能量全部转换为动能, 即:</p> $T + V = V_{\max} = T_{\max}$	<p>动能和势能相互转换, 但由于阻尼消耗能量, 所以, 其振动为减幅振动</p>
结论			<p>(1) 任何实际振动系统无论阻尼多么小, 总是一个有阻尼系统</p> <p>(2) 当机械系统为小阻尼时, 单自由度系统的固有圆频率可以用无阻尼振动系统的固有圆频率来代替, 即 $\omega_d \approx \omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$。同理, 多自由度小阻尼系统的固有圆频率和振型向量也可用无阻尼系统的固有圆频率和振型向量来代替</p> <p>(3) 机械系统在自由振动过程中, 动能和势能总是在相互转换, 但由于实际系统存在阻尼, 消耗系统的能量, 所以, 自由振动不能维持恒幅振动, 其振动的位移表达式 $x \approx Ae^{-\alpha t} \sin(\omega_n t + \varphi)$</p> <p>式中, $A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{x_0 + \alpha x_0}{\omega_n}\right)^2}$, $\varphi = \arctan\left(\frac{x_0 \omega_n}{x_0 + \alpha x_0}\right)$, 该振动经过足够长的时间总会衰减成为零</p>

2 单自由度系统的受迫振动

2.1 简谐受迫振动的模型参数及响应

表 17-3-2

序号	项目	简谐激励作用下的受迫振动	偏心质量回转引起的受迫振动	支承运动引起的受迫振动
1	力学模型			
2	运动微分方程	$mx + Cx + Kx = F_0 \sin \omega t$ <p>F_0—简谐激励幅, N</p>	$mx + Cx + Kx = F_0 \sin \omega t$ <p>式中 $F_0 = m_0 r \omega^2$</p> <p>$m_0 r$—偏心质量矩, kg·m</p>	$mx + Cx + Kx = F_0 \sin(\omega t + \theta)$ <p>式中 $F_0 = U \sqrt{K^2 + C^2 \omega^2}$</p> <p>$\theta = \arctan(C\omega/K)$ (初相位)</p> <p>U—支承运动位移幅值, m</p>
3	瞬态解(过渡过程)	$x = A e^{-\alpha t} \sin(\omega_n t + \varphi) + B \sin(\omega t - \psi)$ <p>机械起动过程中总存在以 ω_n 和 ω 为频率的两种振动的组合, 但经过一定时间之后, 以 ω_n 为频率的振动消失</p>		

续表

序号	项目	简谐激励作用下的受迫振动	偏心质量回转引起的受迫振动	支承运动引起的受迫振动	
4	拍振	当 $\omega \rightarrow \omega_n$ ($\omega_n - \omega = 2\epsilon$) 时, 瞬态解成为: $x = -\frac{F_0}{2\epsilon m\omega_n} \sin(\epsilon\omega_n t) \cos(\omega_n t)$ <p>这种振幅忽大忽小周期性变化的振动称为拍振。可用出现这一振动现象的干扰频率 ω 去估计系统固有圆频率 ω_n。</p>			
5	共振	当 $\omega = \omega_n$ ($\epsilon = 0$) 时, 瞬态解成为: $x = -\frac{F_0 t}{2m\omega_n} \cos(\omega_n t)$ <p>这种振幅随时间无限增长的振动称为共振。但只要时间 t 不长, 振幅也不会很大。例如机械启动或停机过程中, 只要迅速通过共振区, 振幅就不很大。</p>			
6	稳态解 稳态解的振幅及幅频响应曲线	$x = B \sin(\omega t - \psi)$, 即以 ω_n 为频率的振动完全消失的振动	$B = \frac{F_0}{K} \times \frac{1}{\sqrt{(1-Z^2)^2 + (2\zeta Z)^2}}$ 	$B = \frac{m_0 r}{m} \times \frac{Z^2}{\sqrt{(1-Z^2)^2 + (2\zeta Z)^2}}$ 	$B = \frac{U \sqrt{1 + (2\zeta Z)^2}}{\sqrt{(1-Z^2)^2 + (2\zeta Z)^2}}$
7	稳态解的相位差角及相频响应曲线	m —质量, kg; C —阻尼系数, N·s/m; K —刚度, N/m; F_0 —干扰力幅, N; ω_n —固有圆频率, rad/s, $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$; ω —激振频率, rad/s; Z —频率比, $Z = \frac{\omega}{\omega_n}$; α —衰减系数, $\alpha = \frac{C}{2m}$; ζ —阻尼比, $\zeta = \frac{\alpha}{\omega_n}$; q —单位质量激振力, N/kg, $q = \frac{F_0}{m}$	$\psi = \arctan \frac{2\zeta Z}{1 - Z^2}$ 	$\psi = \arctan \frac{2\zeta Z^3}{1 - Z^2 + (2\zeta Z)^2}$ 	

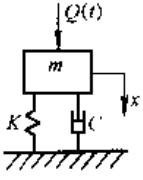
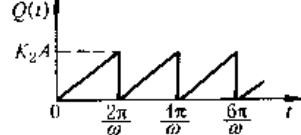
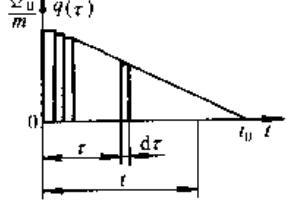
当稳态解为 $x = B \sin(\omega t + \theta - \psi)$ 时, $\psi = \arctan \frac{2\zeta Z}{1 - Z^2}$

续表

序号	项目	简谐激励作用下的受迫振动	偏心质量回转引起的受迫振动	支承运动引起的受迫振动		
8	能量关系及力的平衡	受迫振动过程中的能量关系：一方面激振力向系统输入能量，另一方面系统的阻尼又不断地消耗能量。若前者大于后者，振幅将增大；若前者小于后者，振幅将减小。直到两者重新平衡，系统出现新的恒幅振动，这种状态下，激振力在一个周期向系统输入能量 $\Delta W = \pi F_0 B \sin \phi$ ，该能量与激振力幅 F_0 、稳态振幅 B 以及激振力和位移的相位差 ϕ 有关（支承运动引起的受迫振动 ϕ 中包含有 θ 角在内） 另外，从力平衡角度来看，当 $\omega < \omega_n$ 时，振动缓慢，速度很小，加速度更小，系统内的惯性力和阻尼很小，激振力主要是和弹性力相平衡。当 $\omega > \omega_n$ 时，加速度很大，而弹性力和阻尼力与惯性力相比是很小的，所以，激振力主要是平衡惯性力。当 $\omega = \omega_n$ 时，弹性力和惯性力相平衡，激振力用于平衡阻尼力。介于前述状态之间的状态分为两种情况：当 $\omega < \omega_n$ 时，激振力主要用于平衡部分弹性力和阻尼力；当 $\omega > \omega_n$ 时，激振力主要用于平衡部分惯性力和阻尼力				
结论	(1) 简谐激励作用下的稳态受迫振动为简谐振动，振动频率与激振频率相同 (2) 受迫振动的振幅主要决定于系统的固有圆频率、阻尼、激振力幅值以及激振频率与固有频率之比					

2.2 非简谐受迫振动的模型参数及响应

表 17-3-3

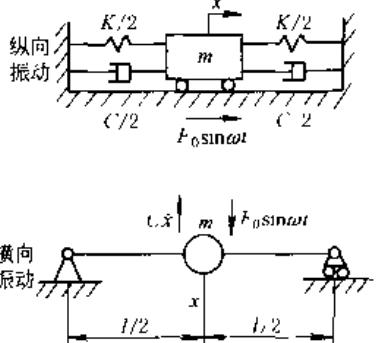
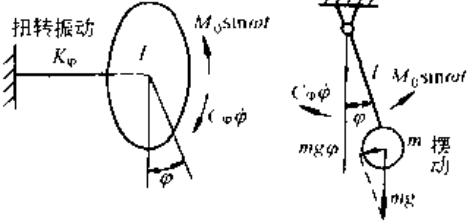
序号	项目	周期激励作用	非周期激励作用
1	力学模型及运动微分方程	 $mx + Cx + Kx = Q(t)$ $x + 2\zeta\omega_n x + \omega_n^2 x = q(t)$ $2\alpha = \frac{C}{m}, \quad \omega_n^2 = \frac{K}{m}, \quad \zeta = \frac{\alpha}{\omega_n}$ $Q(t) \text{——任意激励}$ $q(t) = Q(t)/m$	
2	非简谐激励的分解	$Q(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t)$ $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt$ $a_i = \frac{2}{T} \int_0^T Q(t) \cos i\omega t dt$ $b_i = \frac{2}{T} \int_0^T Q(t) \sin i\omega t dt$ $T \text{——激励的周期, s}$  	$q(\tau) = \begin{cases} \frac{Q_0}{m}(1 - \tau/t_0) & \tau \leq t_0 \\ 0 & \tau > t_0 \end{cases}$ <p>将 $q(\tau)$ 分解为 n 个在 $(\tau, \tau + d\tau)$ 区间上值为 τ 时刻 $q(\tau)$ 值的脉冲</p>
3	局部激励作用下的响应	$x_0 = \frac{a_0}{K}$ $x_i = B_i \sin(\omega_i t + \alpha_i - \psi_i)$ <p>式中 $B_i = \frac{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}}{K \sqrt{(1 - i^2 Z^2)^2 + (2\zeta i Z)^2}}$</p> $\alpha_i = \arctan \frac{b_i}{a_i}, \quad \psi = \arctan \frac{2\zeta i Z}{1 - i^2 Z^2}$ $Z = \frac{1}{T\omega_n}$	<p>根据动量定理将 τ 时刻作用系统的冲量 $q(\tau)d\tau$ 转换为初始速度：</p> $dx = q(\tau)d\tau$ <p>t 时刻系统对 τ 时刻冲量 $q(\tau)d\tau$ 的响应为以 dx 为初始速度自由振动响应：</p> $dx = e^{-\alpha(t-\tau)} \frac{q(\tau)d\tau}{\omega_n} \sin \omega_n(t - \tau)$

续表

序号	项目	周期激励作用	非周期激励作用
4	局部激励响应叠加合成	$x(t) = x_0 + \sum_{i=1}^{\infty} x_i$ $= \frac{a_0}{K} + \sum_{i=1}^{\infty} B_i \sin(i\omega_n t + \alpha_i - \phi_i)$	当 $t=0, x_0 = \dot{x}_0 = 0$ 时的杜哈梅积分 $x(t) = \frac{e^{-\alpha t}}{\omega_n m} \int_0^t e^{\alpha \tau} g(\tau) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$
5	系统对图示激励响应实例计算	$mx + Cx + (K_1 + K_2)x = Q(t)$ $Q(t) = \frac{K_2 A}{2} + \frac{K_2 A}{2} \left(\sin \omega_n t + \frac{1}{2} \sin 2\omega_n t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_n t + \dots \right)$ $a_0 = \frac{K_2 A \omega_n^2}{4\pi^2} \int_0^{2\pi/\omega_n} t dt = \frac{K_2 A}{2}$ $a_1 = \frac{K_2 A \omega_n^2}{2\pi^2} \int_0^{2\pi/\omega_n} t \cos \omega_n t dt = 0$ $b_1 = \frac{K_2 A \omega_n^2}{2\pi^2} \int_0^{2\pi/\omega_n} t \sin \omega_n t dt = -\frac{K_2 A}{i\pi}$ $x(t) = \frac{K_2 A}{K_1 + K_2} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i \sqrt{(1 - i^2 Z^2)^2 + (2\zeta_i Z)^2}} \times \sin(i\omega_n t - \phi_i) \right]$ $\phi_i = \arctan[2\zeta_i Z / (1 - i^2 Z^2)]$	当 $0 < t < t_0 (C = \alpha = 0)$ 时, $x(t) = \frac{Q_0}{\omega_n m} \int_0^t (1 - \tau/t_0) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$ $= \frac{Q_0}{K} [1 - \cos \omega_n t] - \frac{Q_0}{K t_0} \left[t - \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n t \right]$ 当 $t = t_0$ 时, $x(t) = \frac{Q_0}{\omega_n m} \int_0^t (1 - \tau/t_0) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$ $= \frac{Q_0}{K} [1 - \cos \omega_n t] - \frac{Q_0}{K t_0} \left[t_0 - \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n t_0 \right]$ 当 $t > t_0$ 时, $x(t) = \frac{Q_0}{\omega_n m} \int_0^{t_0} (1 - \tau/t_0) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$ $= \frac{Q_0}{K \omega_n t_0} [\sin \omega_n t_0 - \sin \omega_n(t-t_0)] - \frac{Q_0}{K} \cos \omega_n t$

3 直线运动振系与定轴转动振系的参数类比

表 17-3-4

序号	项目	直线运动振系	定轴转动振系
1	力学模型		
2	运动微分方程	$mx + Cx + Kx = F_0 \sin \omega_n t$	$I\ddot{\varphi} + C_\varphi \dot{\varphi} + K_\varphi \varphi = M_0 \sin \omega_n t$ 式中 M_0 —— 激振力矩幅值, N·m
3	位移	$x = x(t)$ (m)	$\varphi = \varphi(t)$ (rad)
4	速度	$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ (m/s)	$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ (rad/s)
5	加速度	$\ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2}$ (m/s ²)	$\ddot{\varphi} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ (rad/s ²)

续表

序号	项目	直线运动振系	定轴转动振系
6	惯性力及惯性力矩	$F_0 = m\ddot{x}$ (N) m——质量, kg	$M_0 = I\ddot{\phi}$ (N·m) I ——转动惯量, kg·m ² 摆动: $I = ml^2$
7	阻尼力及阻尼力矩	$F_d = Cx$ (N) C——阻尼系数, N·s/m	$M_d = C_\varphi \dot{\varphi}$ (N·m) C_φ ——阻尼系数, N·m·s/rad
8	恢复力及恢复力矩	$F_k = Kx$ (N) K——刚度, N/m	$M_k = K_\varphi \dot{\varphi}$ (N·m) K_φ ——刚度, N·m/rad 摆动: $K_\varphi = mgl$
9	激励	$F(t) = F_0 \sin \omega t$ (N)	$M(t) = M_0 \sin \omega t$ (N·m)
10	固有圆频率	$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$ (rad/s)	$\omega_n = \sqrt{\frac{K_\varphi}{I}}$ (rad/s) 摆动: $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (rad/s)
11	动能	$T = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$ (J)	$T = \frac{1}{2} I\dot{\phi}^2$ (J)
12	能量耗散函数	$D = \frac{1}{2} Cx^2$ (J)	$D = \frac{1}{2} C_\varphi \dot{\varphi}^2$ (J)
13	势能	$V = \frac{1}{2} Kx^2$ (J)	$V = \frac{1}{2} K_\varphi \dot{\varphi}^2$ (J)

注: 本表只给出单自由度两种振动的类比, 多自由度振动也有相似的类比关系。

4 共振关系

表 17-3-5

特征量	激振频率引起位移共振	激振频率引起速度共振	激振频率等于阻尼固有频率
频率	$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{C^2}{4m^2}}$	$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$	$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{C^2}{4m^2}}$
位移幅值	$\frac{A}{C \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{C^2}{4m^2}}}$	$\frac{A}{C \sqrt{\frac{K}{m}}}$	$\frac{A}{C \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{3C^2}{16m^2}}}$
速度幅值	$\frac{A}{C \sqrt{1 + \frac{C^2}{4mK} - \frac{2C^2}{m}}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{A}{C \sqrt{1 + \frac{C^2}{16mK} - \frac{4C^2}{m}}}$
位移与力之间的相角差	$\arctan \sqrt{\frac{4mK}{C^2} - 2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\arctan \sqrt{\frac{16mK}{C^2} - 4}$

注: A——力幅; C——粘性阻尼系数。

还有一种加速度共振, 频率为 $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K/m}{1 - 2(C/2\sqrt{mK})^2}}$, 系统作受迫振动时, 激励频率有任何微小变化均会使系统响应上升现象。

5 回转机械在启动和停机过程中的振动

5.1 启动过程的振动

回转机械的转子无论静、动平衡做得如何好, 仍会有不平衡惯性力存在, 激发机械系统产生振动。为减少传

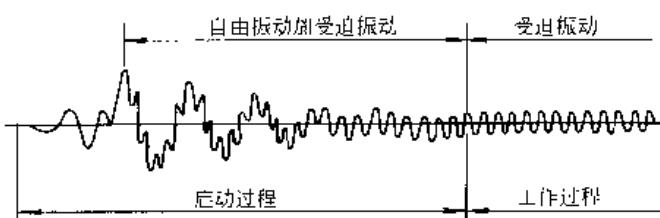


图 17-3-1 回转机械启动过程的位移曲线

到正常转速的过渡，在这个过渡过程中，当转子的转速和系统的固有圆频率接近或相等时，机械系统将处于共振状态，振幅将明显增大，但由于启动速度较快，转子在共振状态下运转时间较短，振幅增长有限，通常为正常工作时振幅的3~5倍；第二阶段是在第一阶段激发起系统具有一定初始位移和初始速度条件下的自由振动和受迫振动的叠加，初始条件取决于第一阶段启动的快慢，启动得快，初始位移和初始速度就小，第二阶段的过渡过程也就短，否则相反。

5.2 停机过程的振动

回转机械停机过程的位移曲线如图 17-3-2 所示。停机过程也可分为两个阶段。第一阶段虽然电机电源切断，偏心转子在惯性力矩和阻尼力矩作用下，处于减速回转状态，当转速降低到系统固有圆频率以下时，由于转速低，离心力也很小，对系统已不起激振作用。在减速回转过程中，当激振频率逐渐接近系统固有圆频率时，振幅将增大，由于转子的阻尼力矩较小，所以，停机过程越过共振区较启动过程越过共振区的时间充分，越过共振区时的振幅通常可以达到机械正常工作时振幅的5~7倍。这一现象应当给予充分重视，在设计隔振弹簧时，必须保证弹簧的静变形量大于该最大幅值和限位装置，否则，机体由于振幅过大，瞬时机体可能脱离弹簧，当机体重新落在弹簧上时，对机体和弹簧都会造成很大冲击，对机械的使用寿命有很大影响，更有甚者，不仅机体振幅大于弹簧的静变形，造成机体和弹簧的脱离，而且使限位装置不起作用，弹簧会像炮弹一样地飞出，造成人身和设备的严重事故。第二阶段为衰减自由振动，这种自由振动衰减快慢主要取决于系统的阻尼。阻尼包含振动阻尼和转子回转阻尼，回转阻尼影响转子的减速和越过共振区的时间，也就意味着影响第二阶段的初始条件；振动阻尼影响振动的衰减速度。若第二阶段的初始位移和初始速度小，振动阻尼又较大，则第二阶段较短，否则相反。

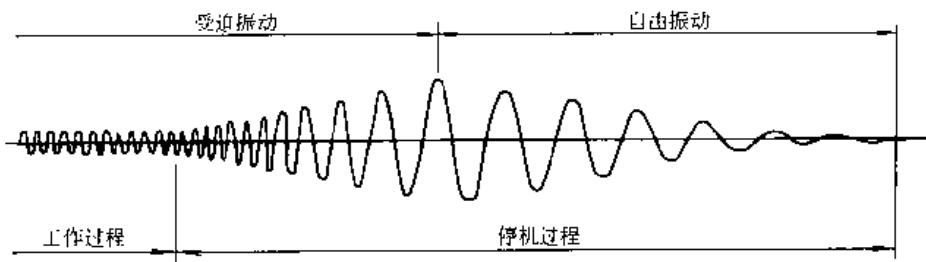


图 17-3-2 回转机械停机过程的位移曲线

6 多自由度系统

6.1 多自由度系统自由振动模型参数及固有特性

表 17-3-6

序号	项 目	1 自由度系统	n 自由度系统
1	力学模型		

给基础的动载荷，通常在回转机械和基础之间装有隔振弹簧或者隔振弹簧加阻尼器，这样便构成了质量、弹簧和阻尼的振动系统，如果只研究铅垂方向的振动，机械在启动过程中随频率逐渐升高，必然要经过共振区，机械系统的振幅明显增大，回转机械启动过程的位移曲线如图 17-3-1 所示。启动过程大致可分为两个阶段。第一阶段为电机带动负载的启动过程，该阶段是电机带动偏心转子完成转子从

续表

序号	项 目	二自由度系统	n 自由度系统
2	运动微分方程	$\begin{aligned} M_{11}\ddot{x}_1 + M_{12}\ddot{x}_2 + K_{11}x_1 + K_{12}x_2 &= 0 \\ M_{21}\ddot{x}_1 + M_{22}\ddot{x}_2 + K_{21}x_1 + K_{22}x_2 &= 0 \end{aligned}$ 式中 $M_{11} = m_1$, $M_{22} = m_2$ $M_{12} = M_{21} = 0$ $K_{11} = K_1 + K_2$, $K_{22} = K_2 + K_3$ $K_{12} = K_{21} = -K_2$	$[\dot{M}] \{x\} + [K] \{x\} = \{0\}$ 式中 $[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \cdots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \cdots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \cdots & M_{nn} \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}$ $[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -K_n & K_n + K_{n+1} & \cdots \end{bmatrix}$ $\{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}, \{\dot{x}\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix}, \{0\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$
3	特解	$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin(\omega_n t + \varphi) \\ x_2 &= A_2 \sin(\omega_n t + \varphi) \end{aligned}$	$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_{M1} \\ x_{M2} \\ \vdots \\ x_{Mn} \end{Bmatrix} \sin(\omega_n t + \varphi)$
4	特征方程	$\begin{vmatrix} K_{11} - M_{11}\omega_n^2 & K_{12} - M_{12}\omega_n^2 \\ K_{21} - M_{21}\omega_n^2 & K_{22} - M_{22}\omega_n^2 \end{vmatrix} = 0$ 展开: $a\omega_n^4 + b\omega_n^2 + c = 0$ 式中 $a = M_{11}M_{22} - M_{12}^2$ $b = -(M_{11}K_{22} + M_{22}K_{11} - 2M_{12}K_{12})$ $c = K_{11}K_{22} - K_{12}^2$	$ [K] - \omega_n^2 [M] = 0$ 展开: $a_n\omega_n^{2n} + a_{n-1}\omega_n^{2(n-1)} + \cdots + a_1\omega_n^2 + a_0 = 0$
5	固有圆频率	一阶固有圆频率 $\omega_{n1} = \sqrt{\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$ 二阶固有圆频率: $\omega_{n2} = \sqrt{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$	用数值计算方法求特征方程的 n 个特征值，并由小到大排列，分别称为一阶、二阶、……、 n 阶固有圆频率。通常前一、二、三阶的振动在总振动中所占比例较大
6	振幅联立方程	$(K_{11} - M_{11}\omega_n^2)A_1 + (K_{12} - M_{12}\omega_n^2)A_2 = 0$ $(K_{21} - M_{21}\omega_n^2)A_1 + (K_{22} - M_{22}\omega_n^2)A_2 = 0$	$([K] - \omega_n^2 [M]) \{x_M\} = \{0\}$

续表

序号	项 目	二自由度系统	n自由度系统
7	振幅比及振型向量	<p>一阶振幅比 $\Delta_1 = \frac{A_2^{(1)}}{A_1^{(1)}} = -\frac{K_{11} - M_{11}\omega_{n1}^2}{K_{12} - M_{12}\omega_{n2}^2}$</p> <p>一阶主振型(同相位)</p> <p>二阶振幅比: $\Delta_2 = \frac{A_2^{(2)}}{A_1^{(2)}} = -\frac{K_{11} - M_{11}\omega_{n2}^2}{K_{12} - M_{12}\omega_{n1}^2}$</p> <p>二阶主振型(反相位)</p>	<p>将一阶固有圆频率 ω_{n1} 代入振幅联立方程得一阶振型向量 x_M, 同理可得 x_{M2} , \dots, x_{Mn}。也可用数值计算方法和固有圆频率同时计算出来</p> <p>振型矩阵:</p> $[x_M] = [x_{M1} x_{M2} \dots x_{Mn}]$ <p>通常振型矩阵也只用前二阶振型向量组成 $n \times 3$ 阶矩阵</p> <p>正規振型矩阵:</p> $[x_N] = [x_M] \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_1} & 0 \\ 0 & \ddots & \frac{1}{\mu_n} \end{bmatrix}$ $\mu_i = \sqrt{[X_M]^\top [M] [X_M]}$ $= \sqrt{\sum_{s=1}^n x_{Ms} (\sum_{r=1}^n M_{sr} x_{Mr})}$
8	振型向量的正交性	$ 1\Delta_1 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = 0$ $ 1\Delta_1 \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = 0$ <p>一阶振型向量和二阶振型向量关于质量矩阵成正交, 关于刚度矩阵也成正交</p>	$ x_M ^\top [M]^\top x_M = 0$ $ x_M ^\top [K]^\top x_M = 0$ <p>i阶振型向量和j阶振型向量关于质量矩阵成正交, 关于刚度矩阵也成正交</p>
9	能量关系	不同阶振型向量的动能和势能不能相互转换, 只有同阶振型向量间的动能和势能才能相互转换	

注: 1. 自由振动响应只在机械系统的启动和停机过程中存在, 而且持续时间又较短, 所以一般振动分析均不考虑自由振动响应。

2. n自由度系统的特征值(固有圆频率)和特征向量(振型向量)的数值计算可用矩阵迭代法、QR法计算程序进行计算。

6.2 二自由度系统受迫振动的振幅和相位差角计算公式

表 17-3-7

序号	模 型 及 简 图	振 幅	相 位 差 角
1	主动 二次隔振	<p>$B_1 = F \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{g^2 + h^2}}$</p> <p>$B_2 = F \sqrt{\frac{e^2 + f^2}{g^2 + h^2}}$</p>	$\psi_1 = \arctan \frac{bg - ah}{ag + bh}$ $\psi_2 = \arctan \frac{fg - eg}{eg + fh}$
2	弹性连杆振动机	<p>$B_1 = F \sqrt{\frac{(a+e)^2 + (b+f)^2}{g^2 + h^2}}$</p> <p>$B_2 = F \frac{c+e}{\sqrt{g^2 + h^2}}$</p>	$\psi_1 = \arctan \frac{(b+f)g - (a+e)h}{(a+e)g + (b+f)h}$ $\psi_2 = \arctan \frac{h}{g}$

续表

序号	模型及简图	振幅	相位差角
3	被动二次隔振	 $B_1 = \lambda U \sqrt{\frac{c^2 + d^2}{g^2 + h^2}}$ $B_2 = \lambda U \sqrt{\frac{e^2 + f^2}{g^2 + h^2}}$	$\phi_1 = \arctan \frac{dg - eh}{cg + dh} - \theta$ $\phi_2 = \arctan \frac{fg - eh}{eg + fh} - \theta$
4	动力减振	 $B_1 = F \sqrt{\frac{e^2 + f^2}{g^2 + h^2}}$ $B_2 = F \sqrt{\frac{c^2 + d^2}{g^2 + h^2}}$	$\phi_1 = \arctan \frac{fg - eh}{eg + fh}$ $\phi_2 = \arctan \frac{dg - eh}{cg + dh}$

注: $a = K_1 + K_2 - m_2 \omega^2$; $b = (C_1 + C_2) \omega$; $c = K_1 - m_1 \omega^2$; $d = C_1 \omega$; $e = -K_1$; $f = -C_1 \omega$; $g = (K_1 - m_1 \omega^2)(K_2 - m_2 \omega^2) - (K_1 m_1 + C_1 C_2) \omega^2$; $h = [(K_1 - m_1 \omega^2) C_2 - (K_2 - m_2 \omega^2 - m_1 \omega^2) C_1] \omega$; $\lambda = \sqrt{K_2^2 + C_2^2 \omega^2}$; $\theta = \arctan(C_2 \omega / K_2)$ 。

7 机械系统的力学模型

研究振动问题时, 机械总体或机械零部件以及它们的安装基础构成了振动系统。实际振动系统是很复杂的。影响振动的因素很多, 在处理工程振动问题的过程中, 根据研究问题的需要, 抓住影响振动的主要因素, 忽略影响振动的次要因素, 使复杂的振动系统得以简化, 称简化后的振动系统为实际振动系统的力学模型。本节首先以汽车为例来说明力学模型的定性简化原则, 然后通过旋转机械和往复式机械系统的振动分析, 阐明怎样根据研究问题的需要, 定量地确定被忽略的次要因素对振动的影响, 最终提出设计的计算模型。

7.1 力学模型的简化原则

表 17-3-8

序号	简化原则	汽车模型简化说明
1	根据研究问题的需要和可能, 突出影响振动的主要因素, 忽略影响振动的次要因素	<p>根据研究, 人乘汽车的舒适性或车架振动问题的需要, 对汽车系统进行下列简化:</p> <p>(1) 轮胎和悬挂弹簧的质量与车架和前后桥的质量相比, 前者的质量是影响振动的次要因素, 可以忽略; 但前者的弹性与后者的弹性相比, 前者的弹性又是影响振动的主要因素, 应当加以突出。因此, 将轮胎和悬挂弹簧简化为无质量的弹性元件, 而将车架和前后桥简化为刚体质量</p> <p>(2) 发动机不平衡惯性力与汽车行驶时路面起伏对汽车振动的影响相比, 前者很小可忽略, 于是, 将系统的受迫振动问题简化成支承运动引起的受迫振动问题</p>
2	简化后的力学模型要能反映实际振动系统的振动本质	<p>简化后的力学模型应按下列顺序依次反映实际振动系统的振动本质</p> <p>(1) 主要振动: 车架沿 y 方向振动和绕 z 轴摆动 (y, φ_z)</p> <p>(2) 比较主要的振动: 前后桥沿 y 方向振动 (y_1, y_2)</p> <p>(3) 一般振动: 车架和前后桥绕 x 轴的摆动 (φ_x, φ_{1x}, φ_{2x})</p> <p>(4) 其他次要振动被忽略, 于是系统被简化为具有 7 个自由度 (y, φ_z, y_1, y_2, φ_x, φ_{1x}, φ_{2x}) 的力学模型</p>

续表

序号	简化原则	汽车模型简化说明
3	<p>允许力学模型同实际系统的主要振动有误差，但必须满足工程精度（允许误差）要求</p> <p>(a)</p> <p>(b)</p>	<p>(1) 工程精度要求放宽点，可将车架和前后桥绕 x 轴摆动 (φ_x, φ_{1x}, φ_{2x}) 忽略，系统则被简化成为如图 a 所示具有四个自由度 (y, φ_x, y_1, y_2) 的力学模型</p> <p>(2) 工程精度再放宽一点，还可将前后桥沿 y 方向的振动 (y_1, y_2) 忽略，于是系统又被简化成为如图 b 所示具有两个自由度 (y, φ_x) 的力学模型</p> <p>(3) 如果再忽略两个不同方向振动的耦联，系统还可以被分解成为两个单自由度模型</p> <p>(4) 处理工程振动问题时，宁可工程精度差一点，也要把系统简化成为单自由度或二自由度的力学模型，这样更能突出振动本质，误差大些可通过调试加以弥补</p>

7.2 等效参数的转换计算

表 17-3-9

分类	能量守恒原则	等效参数	实例计算说明
1. 等效刚度	$V = \frac{1}{2} K_e x_e^2$ $= \sum \frac{1}{2} K_i x_i^2 + \sum m_i g h_i$ $\left(V = \frac{1}{2} K_{\varphi e} \varphi_e^2 = \sum \frac{1}{2} K_{\varphi i} \varphi_i^2 \right)$	$K_e = \frac{2V}{x_e^2}$	$x_1 = a\theta \quad x_2 = l\theta \quad x_e = a\theta$ $h = l(1 - \cos\theta) \approx \frac{1}{2} l\theta$ $V = \frac{1}{2} K a^2 \theta^2 + m g \times \frac{1}{2} l\theta$ $K_e = K + \frac{mgl}{a^2}$
2. 等效质量	$T = \frac{1}{2} m_e \dot{x}_e^2$ $= \sum \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2$ $\left(T = \frac{1}{2} I_e \dot{\varphi}_e^2 = \sum \frac{1}{2} I_i \dot{\varphi}_i^2 \right)$	$m_e = \frac{2T}{\dot{x}_e^2}$	$x_1 = a\theta \quad x_2 = l\theta \quad x_e = a\theta$ $T = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2$ $m_e = m \frac{l^2}{a^2}$
3. 弹簧刚度的等效质量	$T + V = \frac{1}{2} m_e \dot{x}_e^2$ $T = \sum \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2$ $V = \sum \frac{1}{2} K_i x_i^2$ $\left(T + V = \frac{1}{2} I_e \dot{\varphi}_e^2 \quad T = \sum \frac{1}{2} I_i \dot{\varphi}_i^2 \quad V = \sum \frac{1}{2} K_{\varphi i} \varphi_i^2 \right)$	$m_e = \frac{2(T+V)}{\dot{x}_e^2}$	$x_1 = B_1 \sin(\omega t - \varphi)$ $\dot{x}_1 = B_1 \omega \cos(\omega t - \varphi)$ $\ddot{x}_1 = B_1 \omega^2 \cos(\omega t - \varphi)$ $T_1 = \frac{1}{2} m_1 B_1^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - \varphi)$ $V_1 = \frac{1}{2} K_1 B_1^2 [l - \cos^2(\omega t - \varphi)]$ $\therefore m_{eq} = \frac{2(T_1 + V_1)}{\dot{x}_e^2} = m_1 - \frac{K_1}{\omega^2}$ 同理： $m_{eq} = m_2 - \frac{K_2}{\omega^2}$ 其中 $\frac{1}{2} K_1 B_1$, $\frac{1}{2} K_2 B_2$ 只表示静态特性

续表

分类	能量守恒原则	等效参数	实例计算说明	
4. 等效阻尼	$W = C_e \dot{x}_e x_e = C_i \dot{x}_i x_i$ ($W = C_{\varphi e} \dot{\varphi}_e \varphi_e = \sum C_{\varphi i} \dot{\varphi}_i \varphi_i$)	$C_e = \frac{W}{\dot{x}_e x_e}$	$x_2 = l\theta \quad x_2 = l\theta$ $\dot{x}_e = a\dot{\theta} \quad x_e = a\theta$ $W = C x_2 x_2 = Cl^2 \dot{\theta} \theta$ $C_e = C \frac{l^2}{a^2}$	
5. 等效激励	$W = F_e(t) x_e$ = $\sum F_i(t) x_i$ ($W = M_e(t) \varphi_e$ $\Sigma = M_i(t) \varphi_i$)	$F_e(t) = \frac{W}{x_e}$	$x_1 = a\theta \quad x_2 = l\theta$ $\dot{x}_e = a\dot{\theta}$ $W = F(t) l\theta$ $F_e(t) = F(t) \frac{l}{a}$	
6. 方向转换	$V = \frac{1}{2} K_e s^2$ = $\frac{1}{2} K_x x^2 + \frac{1}{2} K_y y^2$	$K_e = \frac{2V}{s^2}$	$x = s \cos \delta \quad y = s \sin \delta$ $V = \frac{1}{2} (K_x s^2 \cos^2 \delta + K_y s^2 \sin^2 \delta)$ $K_e = K_x \cos^2 \delta + K_y \sin^2 \delta$ 其他参数可类似进行振动方向的转换计算	

注：参数转换计算均按微幅简谐振动计算。

第4章 非线性振动与随机振动

I 非线性振动

1.1 机械工程中的非线性振动问题

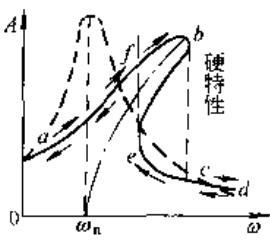
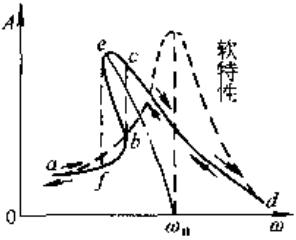
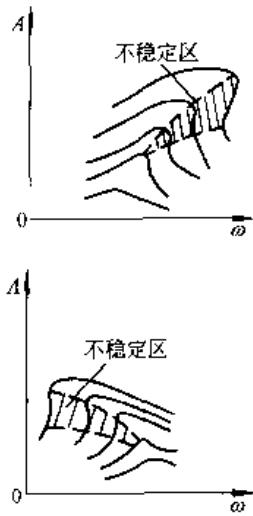
表 17-4-1

类 型	力学模型及非线性力曲线	运动微分方程及非线性力表达式
非线性恢复力		<p>单摆运动微分方程: $m\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0$, 当摆角 θ 较大时, 将 $\sin\theta$ 展成幂级数, 即</p> $\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{6} + \frac{\theta^5}{120} - \dots$ <p>如果只取前两项, 则非线性运动微分方程:</p> $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \left(\theta - \frac{\theta^3}{6} \right) = 0$ <p>这种恢复力的系数随着角位移幅值增大而减小的性质, 称为“软特性”</p>
非线性阻尼力		<p>非线性运动微分方程:</p> $m\ddot{x} + Cx + Q_d(x, t) = Q(t)$ <p>其弹性恢复力:</p> $Q_d(x, t) = \begin{cases} K'x & -e \leq x \leq e \\ K'x + K''(x - e) & e \leq x < \infty \\ K'x + K''(x + e) & -\infty < x \leq -e \end{cases}$ <p>这里 K' 为软弹簧刚度, K'' 为两个硬弹簧的刚度和。这种弹性恢复力为分段线性的非线性恢复力, 这种弹性恢复力的系数随着位移幅值的增长而分段(或连续)增长的性质称为“硬特性”</p>
非线性惯性力		<p>非线性运动微分方程: $m\ddot{x} + Q_i(x, t) + Kx = 0$</p> <p>库仑(干摩擦)阻尼:</p> $Q_i(x, t) = \begin{cases} -\mu mg & x > 0 \\ \mu mg & x < 0 \end{cases}$ <p>μ—摩擦因数; m—质量, kg</p>
		<p>振动落砂机上质量为 m_m 的铸件做抛掷运动时, 系统的运动微分方程:</p> $m\ddot{x} + Q_m(x, x, t) + Cx + Kx = Q(t)$ <p>其分段线性的非线性惯性力为:</p> $-Q_m(x, x, t) = \begin{cases} 0 & \varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_b \\ m_m(x + g) & \varphi_b \leq \varphi \leq \varphi_d \\ \frac{m_m(x_m - x)}{\Delta t} & \varphi_d \leq \varphi \leq \varphi_c \end{cases}$ <p>φ_a—m_m 的抛始角; $\varphi_d = \varphi_a + 2\pi$; $\varphi_c - \varphi_b = \omega\Delta t$; Δt—冲击时间(很短); x_m、x—分别为 m_m 和 m 的运动速度</p>

注: 严格说, 振动系统都是非线性的, 只有在微幅振动时系统才能被简化为线性系统, 上述各例微幅振动的范围分别为: $-\varphi_0 \leq \theta_0 \leq \varphi_0$ ($\theta = \theta_0 \sin\omega t$, $\sin\varphi_0 \approx \varphi_0$); $-e \leq x \leq e$ ($x = B \sin(\omega t - \psi)$); $-A_0 \leq A \leq A_0$ ($x = A \sin(\omega t - \psi)$, $\omega A_0 \approx A_0$); $-\frac{K}{\omega^2} \leq A \leq \frac{K}{\omega^2}$ ($x = A \sin(\omega t - \psi) = A \sin\varphi$; $\varphi_c = 0 \leq \varphi \leq \varphi_d = 2\pi$)。当振动幅值超出上述范围, 则系统产生的振动为非线性振动。

1.2 非线性系统的物理性质

表 17-4-2

物理性质	特性曲线(公式)	说明
固有频率是振幅的函数	弹性恢复力: $f(x) = Kx + ax^3 + bx^5$ 系统固有圆频率: $\omega_n = \sqrt{\frac{K + aA^2 + bA^4}{m}}$	系统的固有圆频率将随着振幅 A 的增大而增大(硬特性)或减小(软特性) 非线性系统的运动微分方程: $m\ddot{x} + Kx + ax^3 + bx^5 = 0$ m —质量, K 、 a 、 b —分别为位移的一、三、五次方项的系数; A —位移幅值
幅频响应曲线发生拐曲		硬式非线性系统幅频响应曲线的峰部向右拐 软式非线性系统幅频响应曲线的峰部向左拐
受迫振动的跳跃和滞后现象		当激振力幅值不变时, 缓慢改变激振频率, 则受迫振动的幅值 A 将发生如图所示的变化。当 ω 从 0 开始增大时, 则振幅将沿 ab 增大, 到 b 点若 ω 再增大, 则 A 突然下降(或增大)到 c , 这种振幅的突然变化称为跳跃现象, 然后若 ω 继续增大, 则 A 沿 cd 减小。反之, 当 ω 从高向低变化时, A 将沿 dc 方向增大, 到达 c 点并不发生跳跃, 而是继续沿 ce 方向增大, 到 e 点, 若 ω 再变小, 则振幅又一次出现跳跃现象, 这种到 c 不发生跳跃, 而到 e 才发生跳跃的现象, 称为滞后现象。从 e 点跳跃到 f 点后, 振幅 A 将沿 fa 方向减小
稳定区和不稳定区		在非线性系统幅频响应曲线的滞后环($bcef$)内, 即两次跳跃之间, 对应同一频率, 有三个大小不同的幅值, 也就是对应同一频率有三个解, 其中对应 be 段上的解, 无法用试验方法获取, 该解就是不稳定的。多条幅频响应曲线对应的这一区域称为不稳定区。正因为如此, 就需要对多值解的稳定性进行判别
线性叠加原理不再适用	$(x_1 + x_2)^2 \neq x_1^2 + x_2^2$ $\left[\frac{d(x_1 + x_2)}{dt} \right]^2 \neq \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dx_2}{dt} \right)^2$	
简谐激振力作用下的受迫振动有组合频率响应	非线性系统在 $Q_1 \sin \omega_1 t$ 和 $Q_2 \sin \omega_2 t$ 作用下, 不仅会出现圆频率为 ω_1 和 ω_2 的受迫振动, 而且还可能出现频率为 $m\omega_1 \pm n\omega_2$ (m, n 为整数) 的受迫振动	非线性系统在 $Q_1 \sin \omega_1 t$ 作用下, 不仅会出现圆频率为 ω_1 的受迫振动, 而且还可能出现圆频率等于 ω_1/n 的超谐波和圆频率等于 $n\omega_1$ 的次谐波振动。当 $\omega = \omega_n$ 时, 除谐波共振外, 还可能有超谐波共振和次谐波共振
频率俘获现象	非线性系统在受到接近于固有圆频率 ω_n 的频率为 ω 的简谐激振力作用下, 不会出现拍振现象, 而是出现不同于 ω_n 和 ω 的单一频率的同步简谐振动, 这就是频率俘获现象。产生频率俘获现象的频带为俘获带	

1.3 等效线性化近似解法

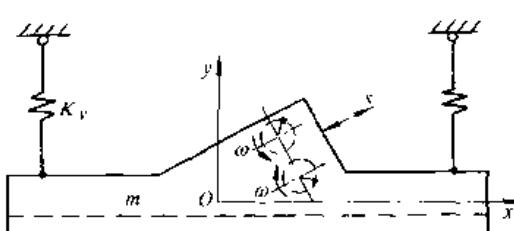
表 17-4-3

项 目	数 学 表 达 式	说 明
非线性运动微分方程	$mx + f(x, \dot{x}) = Q_0 \sin \omega t$ $f(x, \dot{x})$ 为阻尼力和弹性恢复力的非线性函数	非线性函数可推广成为 $f(x, \dot{x}, \varphi, t)$ 更一般函数
等效线性运动微分方程	$mx + C_e x + K_e x = Q_0 \sin \omega t$	C_e, K_e 分别为等效线性阻尼系数和刚度
等效线性方程的稳态解	$x = A \sin(\omega t - \psi) = A \sin \varphi$ 式中 $A = \frac{Q_0}{\sqrt{(K_e - m\omega^2)^2 + C_e^2 \omega^2}} = \frac{Q_0 \cos \psi}{K_e - m\omega^2}$ $\psi = \arctan \frac{C_e \omega}{K_e - m\omega^2}$	这里的振幅 A 、相位差角 ψ 的表达式和第 3 章给出的公式是等价的
将 $f(x, \dot{x})$ 非线性作用力展开成傅里叶级数	$f(x, \dot{x}) \approx a_1 \cos \varphi + b_1 \sin \varphi$ 其中 $a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \varphi, A\omega \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi$ $b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \varphi, A\omega \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi$	通常一次谐波都远大于二次以上谐波，所以一般均忽略二次以上谐波力。 a_0 只影响静态特性，一般也不考虑
将展开的 $f(x, \dot{x})$ 代入非线性方程并同等效线性方程比较得出等效线性参数	等效刚度： $K_e = \frac{b_1}{A} = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \varphi, A\omega \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi$ 等效阻尼系数： $C_e = \frac{a_1}{A\omega} = \frac{1}{\pi A\omega} \int_0^{2\pi} f(A \sin \varphi, A\omega \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi$	

注：有关运动稳定性问题在本章 2.3 节一并加以讨论。

1.4 示 例

例 求解如图 17-4-1 所示的系统，该机的非线性振动方程为：



其中

$$my + C_y \dot{y} + F_m(y, \dot{y}) + K_y y = Q_0 \sin \delta \sin \varphi$$

$$m\ddot{x} + C_s \dot{x} + F_m(x, \dot{x}) + K_s x = Q_0 \cos \delta \sin \varphi$$

$$F_m(y, \dot{y}) = \begin{cases} 0 & \varphi_d < \varphi < \varphi_e \\ m_m(y + g) & \varphi_e - 2\pi + \Delta\varphi \leq \varphi \leq \varphi_i \\ \frac{m_m(y_e - y_i)}{\Delta t} & \varphi_i \leq \varphi \leq \varphi_e + \Delta\varphi \end{cases}$$

图 17-4-1 某自同步式振动电机的力学模型

$$F_m(x, \dot{x}) = \begin{cases} 0 & \varphi_d < \varphi < \varphi_e \\ m_m \ddot{x} & \varphi_{1j} \leq \varphi \leq \varphi_{1j+} (j=1, 2, \dots) \\ \mp \mu(g + y) & \varphi_{1j+} \leq \varphi \leq \varphi_{2j-} (\text{正向滑动取负号, 反向滑动取正号}) \\ \mu \frac{m_m(y_e - y_i)}{\Delta t} & \varphi_i \leq \varphi \leq \varphi_e + \Delta\varphi \end{cases}$$

式中 m_m ——物料质量, kg;

μ ——摩擦因数;

Δt ——冲击时间, s, $\Delta t \rightarrow 0$;

y_0 ——物料抛掷运动结束, 落至机体瞬时速度, m/s;

\dot{y}_0 ——物料落至机体瞬时机体速度, m/s;

φ_d ——物料做抛掷运动的抛始角, rad;

φ_s ——物料做抛掷运动终止相角, 称为抛止角, rad;

δ ——振动方向角。

该机做直线振动, 因此, $y = s \sin \delta$ $x = s \cos \delta$

解 非线性方程的等效线性方程为:

$$(m + K_{my}m_m)\ddot{y} + (C_y + C_{my})\dot{y} + K_y y = Q_0 \sin \delta \sin \varphi$$

$$(m + K_{mx}m_m)\ddot{x} + (C_x + C_{mx})\dot{x} + K_x x = Q_0 \cos \delta \sin \varphi$$

非线性方程的一次近似解为:

$$y = A_y \sin \varphi_y \quad \varphi_y = \omega t - \alpha_y$$

$$x = A_x \sin \varphi_x \quad \varphi_x = \omega t - \alpha_x$$

对小阻尼振动机来说 $\alpha_y \approx \alpha_x$, 所以, $\varphi_y \approx \varphi_x = \varphi$, 推求非线性作用力一次谐波傅里叶系数, 代入非线性方程, (在忽略非线性作用力的二次以上谐波项, 过程从略) 可求得:

$$A_y = \frac{Q_0 \sin \delta \cos \alpha_y}{K_y - \left(m - \frac{b_{1y}}{m_m A_y \omega^2} m_m \right) \omega^2} \quad \alpha_y = \arctan \frac{\left(C_y + \frac{a_{1y}}{A_y \omega} \right) \omega}{K_y - \left(m - \frac{b_{1y}}{m_m A_y \omega^2} m_m \right) \omega^2}$$

$$A_x = \frac{Q_0 \cos \delta \cos \alpha_x}{K_x - \left(m - \frac{b_{1x}}{m_m A_x \omega^2} m_m \right) \omega^2} \quad \alpha_x = \arctan \frac{\left(C_x + \frac{a_{1x}}{A_x \omega} \right) \omega}{K_x - \left(m - \frac{b_{1x}}{m_m A_x \omega^2} m_m \right) \omega^2}$$

因而, 物料的等效质量系数和等效阻尼系数为:

$$K_{my} = -\frac{b_{1y}}{m_m A_y \omega^2} \quad C_{my} = \frac{a_{1y}}{A_y \omega}$$

$$K_{mx} = -\frac{b_{1x}}{m_m A_x \omega^2} \quad C_{mx} = \frac{a_{1x}}{A_x \omega}$$

将振动 y 和 x 合成为振动 s 后的等效线性方程为:

$$(m + K_m m_m)\ddot{s} + C_s \dot{s} + K_e s = Q_0 \sin \omega t$$

式中 $K_m = K_{my} \sin^2 \delta + K_{mx} \cos^2 \delta$

$$C_s = (C_y + C_{my}) \sin^2 \delta + (C_x + C_{mx}) \cos^2 \delta$$

$$K_e = K_y \sin^2 \delta + K_x \cos^2 \delta$$

该方程的一次近似解: $s = A_s \sin(\omega t - \alpha_s)$

$$\text{式中 } A_s = \frac{Q_0 \cos \alpha_s}{K_e - (m + K_m m_m) \omega^2} \quad \alpha_s = \arctan \frac{C_s \omega}{K_e - (m + K_m m_m) \omega^2}$$

1.5 非线性振动的稳定性

对于线性系统, 除了无阻尼共振的情况外, 所有的运动都是稳定的。但是对于非线性系统, 正像表 17-4-2 所表述的, 可能出现许多不同的周期运动, 如各种组合频率振动, 其中有些振动是稳定的, 有些振动是不稳定的。非线性系统运动稳定性是非常重要的, 有时判断系统的运动稳定性比求得运动精确形态更重要。例如机械工程中常碰到的自激振动, 重要的是判断系统在什么条件下会产生自激振动及系统各参数对稳定性的影响, 人们并不关心自激振动产生后的频率和振幅。有关非线性系统的运动稳定性判断问题, 在自激振动中一起讨论。

2 自激振动

2.1 自振和自振系统的特性

表 17-4-4

项 目	基 本 特 性	说 明
自激振动	自振是依靠系统自身各部分间相互耦合而维持的稳态周期运动。它的频率和振幅只取决于系统自身的结构参数,与系统的初始运动状态无关。一般情况下,振动频率为系统固有频率	自振无需周期变化外力就能维持稳态周期运动,这是与稳态受迫振动的根本区别 无阻尼自由振动的振幅和固有频率与系统初始运动状态有关,这是无阻尼自由振动与自振的根本区别
自振系统	任何物理系统振动时都要耗散能量,自振系统要维持稳态周期运动,一定要有给系统补充能量的能源,自振系统是非保守系统	能源向自振系统输入的能量,不是任意瞬时都等于系统所耗散的能量。当输入能量大于耗散能量时,则振动幅值将增大。当输入能量小于耗散能量时,振动幅值将减小。但无论如何增大减小,最终都得达到输入和耗散能量的平衡,出现稳态周期运动
自振与稳态受迫振动的联系	自振系统是非线性系统,它具有反馈装置的反馈功能和阀的控制功能	线性阻尼系统没有周期变化外力作用产生衰减振动,只有非线性系统才能将恒定外力转换为激励系统产生振动的周期变化内力,并通过振动的反馈来控制振动
自振与参激振动的联系	如果只将自振系统中的振动系统和作用于系统的周期力作为研究对象,则可将自振问题转化为稳态受迫振动问题	当考察各种稳态受迫振动时,如果扩展被研究系统的组成,把受迫振动周期变化的外力变为扩展后系统的内力,则会发现更多的自激振动
自振的控制及利用	当系统受到不能直接产生振动的周期交变力(如交变力垂直位移)作用,通过系统各部分间的相互耦合作用,使系统参数(如摆长、弦和传动带张力、轴的截面惯性矩或刚度等)作周期变化,并与振动保持适当相位滞后关系,交变力向系统输入能量,当参数变化圆频率 ω_k 和系统固有圆频率 ω_0 之比 $\omega_k/\omega_0 = 2, 1, 2/3, 2/4, 2/5, \dots$ 时,可能产生稳态周期振动,这种振动是广义自激振动	例如荡秋千时,利用人体质心周期变化,使摆动增大,但如果秋千静止,无论人的质心如何上下变化,秋千仍然摆动不起来,这是典型广义自振的例子 如果缩小研究对象的范围,可将广义自振问题转化为参激振动问题,相反,在考察某些参激振动问题时,如果进一步探讨系统结构周期性变化的原因,也就是把结构变化的几何性描述转变为相应子系统的动力过程,就可将这类参激振动问题转变为自激振动问题
自振的控制及利用	自振系统往往在达到稳态周期运动之前,振动的幅值就超过了允许的限度,所以,应采取措施控制和防止。但像蒸汽机、风动冲击工具等则是利用自振来工作的	

2.2 机械工程中常见的自激振动现象

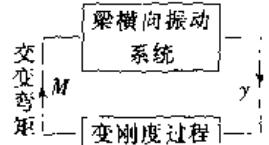
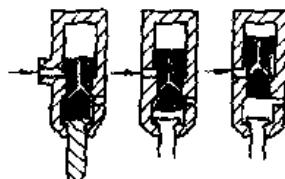
表 17-4-5

自振现象	机 械 系 统	振 动 系 统 和 控 制 系 统 相 互 联 系 示 意 图	反 馈 控 制 的 特 性 和 产 生 自 振 条 件 的 简 要 说 明
机床的切削自振			振动系统的动刚度不足或主振方向与切削力相对位置不适宜时,因位移 x 的联系产生维持自振的交变切削力 P 切削力具有随切削速度增加而下降的特性时,因速度 x 的联系产生交变切削力 P
低速运动部件的爬行			摩擦力具有随运动速度增加而下降的特性时,因振动速度 x 和运动速度 v 的联系产生维持自振的交变摩擦力 F

续表

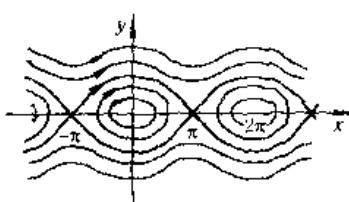
自振现象	机械系统	振动系统和控制系统 相互联系示意图	反馈控制的特性和产生自振 条件的简要说明
液压随动系统的自振		<p>油缸弹性位移 振动系统</p> <p>四边工作滑阀</p> <p>缸体与阀联接环节 K</p> <p>P</p> <p>x</p>	缸体与阀反馈联接的环节 K 的刚度不足或存在间隙时, 缸体弹性位移 x 会产生维持自振的交变油压力 P
高速转轴的弓状回转自振		<p>转轴弹性位移 振动系统</p> <p>交变弹性力 P</p> <p>材料内滞作用</p> <p>x</p>	转轴材料的内滞作用使应力和应变不成线性关系。圆盘与轴配合较松时, 内滞更加明显。轴转动时, 轴上所受的弹性力 P 不通过中心 B , 而使轴心 A 产生绕 B 点(轴线 Z)作弓状回转运动。转速大于轴的临界转速时产生自振, 其频率等于临界转速
传动带横向自振		<p>传动带横向(y)弹性变形 振动系统</p> <p>激振能量 E</p> <p>传动纵向(x)弹性变形</p> <p>x</p> <p>y</p> <p>T</p>	传动带轮振动位移 x 引起传动带张力 T 的变化, 当 x 和 T 的振动圆频率 ω_t 为传动带横向弹性变形振动系统的固有圆频率 ω_n 的 2 倍时, 产生横向 y 的参数自振, y 的振动圆频率 ω_n
滑动轴承的油膜振荡		<p>转轴和滑动轴承涡动运动的振动系统</p> <p>油膜承载力 P</p> <p>惯性力 $m\omega_w$</p> <p>动力学过程</p> <p>流体力学过程</p> <p>ω</p> <p>ω_w</p> <p>e</p>	轴承油膜承载力 P 与轴颈偏心所产生的惯性力 $m\omega_w$ 不平衡, 其合力 F 使轴心 O_1 绕轴承中心作涡动运动。其方向与轴的转速 ω 方向相同, 涡动角速度 $\omega_w = \frac{1}{2} \omega_c$, $\omega \geq 2\omega_c$ (ω_c 为轴的一阶临界转速) 时, 产生强烈的油膜振荡, 振荡圆频率 $\omega_t = \omega_c$, 不随 ω 而变化
汽车车轮的闪动		<p>车轮转向机构的振动系统</p> <p>轮胎弹性位移(x)与地面摩擦过程</p> <p>车轮侧倾(φ)振动系统</p> <p>车轮闪动($\dot{\varphi}$)回转力矩</p> <p>x</p> <p>y</p> <p>z</p> <p>F</p> <p>φ</p>	车轮的侧向位移 x 、倾角 φ 和闪动角 $\dot{\varphi}$ 三者相互关联, 在一定的行驶速度范围内, 产生维持自振的交变摩擦力。轮胎内气压和轮胎侧向刚度愈低, 愈容易产生侧向位移; 悬挂弹簧刚度愈低, 倾角愈大。倾角位移出现和侧倾的加大, 使各振动的相互联系加强, 因而愈易产生车轮闪动的自振。提高车轮转向机构的刚度和阻尼, 可避免车轮闪动现象出现

续表

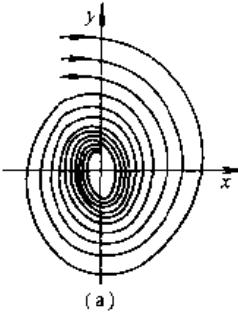
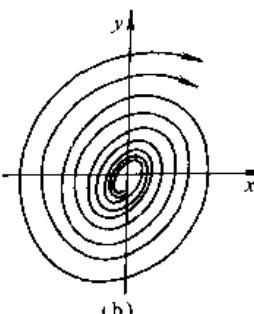
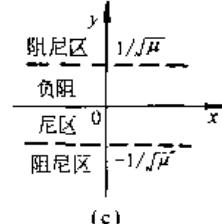
自振现象	机械系统	振动系统和控制系统 相互联系示意图	反馈控制的特性和产生自振 条件的简要说明
受轴向交变力作用简支梁横向自振		 <p>梁横向振动系统 交变弯矩 变刚度过程</p>	受轴向交变力 P 作用的简支梁, 由于 P 与振动位移 y 产生交变弯矩作用, 使梁抗弯刚度有周期性变化, 只要 P 的变化圆频率 ω_k 和系统固有圆频率 ω_n 之间保持一定关系 ($\omega_k/\omega_n = 2, 1/2, 3/4, 3/5, \dots$), 则梁可能产生横向自激振动
气动冲击工具的自振		 <p>活塞振动系统 交变力 气体动力过程</p>	气动冲击工具的活塞往复运动, 通过配气通道交替改变活塞前后腔压力, 使活塞维持恒频率恒振幅的稳态振动。压缩空气为活塞往复运动提供了能量, 活塞本身完成了振动体、阀和反馈装置的全部职能

2.3 单自由度系统相平面及稳定性

表 17-4-6

项 目	相轨迹方程及阻尼区划分	相 平 面	平衡点和极限环稳定性
无阻尼系统 自由振动(以单摆大摆角振动为例)	<p>用 x 表示单摆的角位移, 用 y 表示单摆的角速度, 则自由振动状态方程为 $\frac{dx}{dt} = y, \frac{dy}{dt} = -K \sin x, K = \frac{E}{l}$, 给定初始条件 $t=0, x=x_0, y=y_0$ 时, 将两个一阶方程相除, 整理并积分得相轨迹方程:</p> $y^2 + 2K(1 - \cos x) = E$ <p>式中 $E = y_0^2 + 2K(1 - \cos x_0)$</p>		<p>当 $E < 4K$ 时, 相轨迹为封闭曲线, 称为极限环, 对应的运动状态为稳定周期运动。当 $E > 4K$ 时, 各相点的 y 值均不等于零, 对应运动状态为回转运动。</p> <p>当 $x = y = 0$ 时, 系统处于静平衡, 从微分方程可求得平衡方程 $\sin x = 0$ 和平衡点 $x = i\pi$ ($i = 0, \pm 1, \dots$), 无阻尼自由振动系统受到扰动离开平衡状态, 当扰动消失后, 系统的状态始终保持在平衡状态附近, 即不无限趋近它, 也不远离它, 这种平衡点称为稳定平衡点。一切稳定平衡点在其附近的相轨迹是一族彼此不相交的封闭曲线。因此, 可以依据平衡点稳定性的这一性质判定无阻尼自由振动是稳定的。</p>

续表

项 目	相轨迹方程及阻尼区划分	相 平 面	平衡点和极限环稳定性
线性阻尼 (小阻尼) 系统自由振动	<p>线性阻尼系统运动微分方程: $x + 2\alpha\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$ 给定初始条件 $t = 0$, $x = x_0$, $y = y_0$, 则方程解及其速度为:</p> $\begin{aligned}x &= A e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t + \theta) \\y &= -A e^{-\alpha t} [\alpha \cos(\omega_d t + \theta) \\&\quad + \omega_d \sin(\omega_d t + \theta)]\end{aligned}$ <p>其中: $A = \left[x_0^2 + \left(\frac{y_0 + \alpha x_0}{\omega_d} \right)^2 \right]^{1/2}$</p> $\theta = -\arctan\left(\frac{y_0 + \alpha x_0}{\omega_d}\right)$ $\omega_d = \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2}$ <p>从 x 和 y 的关系可导出相轨迹方程:</p> $\begin{aligned}y^2 + 2\alpha x y + \omega_n^2 x^2 \\= R^2 e^{\left[\frac{2\alpha}{\omega_d} \arctan\left(\frac{x + \alpha x}{\omega_d}\right)\right]}\end{aligned}$ <p>其中: $R = \omega_d A e^{\frac{\alpha t}{\omega_d}}$</p>	 <p>(a)</p>  <p>(b)</p>	<p>当 $0 < \alpha < \omega_n$ 时, 相轨迹为图 a 所示的一族对数螺旋线, 对应的运动状态为衰减振动。这种系统受扰动离开平衡状态, 扰动消失后, 系统状态能无限趋近此平衡状态。这种平衡点称为渐近稳定的平衡。</p> <p>当 $-\omega_n < \alpha < 0$ (负阻尼) 时, 相轨迹为图 b 所示的对数螺旋线, 对应的运动状态为发散运动状态。这种系统受扰动离开平衡状态, 扰动消失后, 系统的状态越来越远离此平衡状态。这种平衡点称为不稳定平衡点。</p>
软激励自振 (以瑞雷方程和范德坡方程为例)	<p>用 x 表示运动的位移, 用 y 表示运动速度, 可将瑞雷方程 $\ddot{x} - \epsilon(1 - \mu y^2)x + x = 0$ 改写为状态方程:</p> $\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = \epsilon(1 - \mu y^2)y - x$ <p>两式相除整理积分得相轨迹方程:</p> $y^2 - 2(y - \mu y^3)x - x^2 = E$ <p>E 取决于初始条件, 当 $t = 0$, $x = x_0$, $y = y_0$ 时,</p> $E = y_0^2 - 2(y_0 - \mu y_0^3)x_0 - x_0^2$ <p>单位时间内非线性阻尼力对系统做功:</p> $W = F_d y = \epsilon(1 - \mu y^2)y^2$	 <p>(c)</p>	<p>瑞雷方程和范德坡方程描述的系统, 原点附近是负阻尼区, 相轨迹必定向外扩展。进入正阻尼区后又会向原点趋近, 因而相轨迹不会走向无穷远处, 这就意味着距离原点不远不近区域存在一条封闭曲线, 在该曲线内外的相轨迹都向它趋近。极限环对应的运动状态为周期运动, 上述的这种周期运动, 称为渐近稳定的运动。于是, 便可根据平衡稳定性和极限环, 判断稳定周期运动自振能否发生。</p> <p>相轨迹和极限环的形状如何, 人们并不关心。</p> <p>这种平衡点不稳定的自振系统受很微小扰动就能激发的自振, 称为软激励自振。</p>

续表

项 目	相轨迹方程及阻尼区划分	相 平 面	平衡点和极限环稳定性
软激励自振 (以瑞雷方程 和范德波方程 为例)	<p>范德波方程: $\ddot{x} - \epsilon(1-x^2)x + x = 0$ 上述方程描述系统承受的阻尼 $F_d = \epsilon(1-x^2)y$ 单位时间内该力对系统做功: $W = F_d y = \epsilon(1-x^2)y^2$ 按上式将相平面划分为如图 e 所示的正阻尼区和负阻尼区</p>	<p style="text-align: center;">(e)</p> <p style="text-align: center;">(f)</p>	
硬激励自振 (以复杂阻尼 系统为例)	<p>自振系统运动方程: $\ddot{x} + \epsilon(1-x^2 + \mu x^4)\dot{x} + x = 0$ 系统承受阻尼力: $F_d = -\epsilon(1-y^2 + \mu y^4)y$ 单位时间该力对系统作功: $W = F_d y = -\epsilon(1-y^2 + \mu y^4)y^2$ 按上式相平面被划分为如图 h 所示正、负阻尼区</p>	<p style="text-align: center;">(g)</p> <p style="text-align: center;">(h)</p>	<p>方程描述的系统原点位于正阻尼区，相轨迹必定无限趋近于它，平衡点为渐近稳定的。位移大一点的相轨迹进入两个负阻尼区，相轨迹会充分向外扩展，对这一区域来说，平衡点是不稳定的。当位移更大时，相轨迹进入了外面的两个正阻尼区，平衡又变成渐近稳定的。在相平面正负阻尼分界处，肯定会有一封闭曲线极限环。该自振系统有两个分界处，相应也有两个极限环。外面极限环内外的相轨迹都趋近于极限环，称为渐近稳定的极限环；内侧极限环内外的相轨迹都远离该极限环，称为不稳定极限环。该系统受小的扰动后离开平衡位置，当干扰消失后，又会恢复正常状态，不会发生自振。当系统受到足够强的扰动时，则系统的相点位于不稳定极限环之外，这时若干扰消失，系统就会发生自振。这样的自振系统称为硬激励系统。</p> <p>相平面中的相轨迹和极限环不是真实的，只能供定性分析之用。实际人们关心的是如何根据平衡点和极限环的稳定性来判断系统是否是硬激励自振系统以及在什么条件下能发生自振。气动冲击工具的自振系统就是硬激励自振系统。</p>

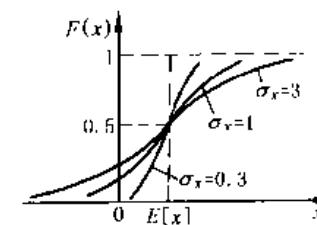
续表

项 目	相轨迹方程及阻尼区划分	相 平 面	平衡点和极限环稳定性
非线性系统的受迫振动	<p>运动微分方程： $m\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = Q(t)$</p> <p>状态方程：</p> $\frac{dx}{dt} = X(x, y, t)$ $\frac{dy}{dt} = Y(x, y, t)$ <p>两式相除并积分得相轨迹方程</p>	根据相轨迹方程绘制相轨迹，受迫振动相轨迹方程是 x 、 y 和时间 t 的函数	<p>李亚普诺夫为周期解的稳定性作过如下定义：设由 $t = t_0$ 时 P_0 (x_0, y_0) 出发的解为 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$，而由 $t = t_0$ 时，与 (x_0, y_0) 极其靠近的任意点 $(x_0 + u_0, y_0 + v_0)$ 出发的全部解 $(x(t), y(t))$，经过任意时间 t 之后，仍然回到原来解 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ 的近旁时，则该解 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ 称为稳定解。反之，不管靠近 (x_0, y_0)，从 $t = t_0$ 时的某一点 $(x_0 + u_0, y_0 + v_0)$ 出发的解，在长时间的过程中，离开了原来的解 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ 的近旁，这种情况只要一出现，则 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ 称为不稳定的。若全部解 $(x(t), y(t))$ 很接近上述稳定解，且当 $t \rightarrow +\infty$ 时，均收敛于 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$，则解 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ 称为渐近稳定的。</p>

3 随机振动

3.1 平稳随机振动描述

表 17-4-7

项 目	定 义	统 计 特 性
随机振动	不能用简单函数或这些函数的组合来描述，而只能用概率和数理统计方法描述的振动称为随机振动	例如汽车、拖拉机、工程机械、船舶、石油钻井平台及安装在它们上面的机电设备等，在路面、波浪、地震等作用下的振动系统设计均以随机振动理论为基础。这种振动特性：(1) 不能预测一次振动观测记录时间 T 之外某时刻的振动状态；(2) 在相同的试验条件下，各次观察结果不同，即各次记录曲线有不重复性
随机过程	如果一次振动观察记录 $x_i(t)$ 称为样本函数，则随机过程是所有样本函数的总合，即 $X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$	$X(t)$ 在任一时刻 t_i ($t_i \in T$) 的状态 $X(t_i)$ 是随机变量，于是可将随机过程和随机变量联系起来
平稳随机过程	统计参数不随时间 t 的变化而变化的随机过程为平稳随机过程	机械工程中多数随机振动是平稳随机过程
幅值域描述 概率分布函数	$F(x) = P(X < x)$ 随机过程 $X(t)$ 小于给定 x 值的概率，描述了概率的累积特性	(1) $F(x)$ 为非负非降函数，即 $F(x) \geq 0, F'(x) > 0$ (2) $F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1$ 

续表

项 目	定 义	统 计 特 性
幅 值 域 描 述	概率密度函数 $f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$ $= F'(x)$ 具有高斯分布随机过程 $X(t)$ $f(x) \approx \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-E(x))^2}{2\sigma_x^2}}$	表示了 $X(t)$ 概率分布的密度状况 (1) 非负函数即 $f(x) \geq 0$ (2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
均 值	$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$ $X(t)$ 的集合平均值	$F(x), f(x)$ 都是围绕均值 $E[x]$ 向两侧扩展的
均方差	$D[x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[x])^2 f(x) dx$ $\sigma_x^2 = D[x]$	描述了 $F(x), f(x)$ 围绕均值向两侧的扩展程度
时 域 描 述	自相关函数 $R_x(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)]$ $= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt$ 描述平稳随机过程 $X(t)$ 在 t 时刻的状态与 $(t+\tau)$ 时刻状态的相关性。 t 为 $X(t)$ 的时间变量, τ 为延时时间	(1) 当 $E[x(t)] = 0$ 时 $R_x(0) = E[x(t)^2], R_x(\infty) = 0$ (2) $R_x(\tau)$ 为实偶函数 即 $R_x(\tau) = R_x(-\tau)$ (3) 当 $X(t)$ 的均值 $E[x(t)] = C \neq 0$ 时, 可将各样本函数 $x(t)$ 分解为一恒定量 $E[x(t)]$ 和一均值为零的波动量 $\xi(t)$, 即 $x(t) = E[x(t)] + \xi(t)$, 则: $R_x(\tau) = [E[x(t)]]^2 + R_\xi(\tau)$ (4) 自相关函数 $R_x(\tau)$ 可由功率谱密度函数 $S_x(\omega)$ 的傅里叶变换得到, 即 $R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, S_x(\omega)$ 见后 (5) 当 $S_x(\omega) = S_0$ 时, $R_x(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau), \delta(\tau)$ 为广义函数. $\delta(\tau) = \begin{cases} \infty & \tau = 0 \\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases}$ 且 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) d\tau = 1$
	互 相 关 函 数 $R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t+\tau)]$ 描述了 $X(t)$ 的 t 时刻状态和 $Y(t)$ 的 $(t+\tau)$ 时刻状态的相关性	(1) $R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau)$ (2) $R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$
频 域 描 述	自功率谱密度函数 $S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$	(1) $E[x(t)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega$ (2) $S_x(\omega)$ 是非负的实偶函数 (3) $S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [X_T(\omega) ^2]$
	互谱密度函数 $S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$ $S_{yx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{yx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$	(1) $S_{xy}(\omega)$ 是一个复值量 (2) $S_{xy}(\omega)$ 和 $S_{yx}(\omega)$ 是复共轭的
相 干 函 数	$r_{xy}(\omega) = \frac{ S_{xy}(\omega) }{[S_x(\omega)S_y(\omega)]^{1/2}}$	$0 \leq r_{xy}(\omega) \leq 1$ 通常当 $r_{xy}(\omega) > 0.7$ 时, 认为 y 是由 x 引起的, 噪声(外干扰)影响较小

注: 各参数的脚标 x 表示参数为随机过程 $X(t)$ 的对应参数, x 可以为位移、速度、加速度、干扰力等物理量, 为区分也可用 x, x, x, \dots 等表示。

3.2 单自由度线性系统的传递函数

表 17-4-8

项 目	数 学 表 达 式	动 态 特 征
频率响应函数	$H(\omega) = \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i2\zeta\omega_0\omega}$ $ H(\omega) = \sqrt{\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega_0^2\omega^2}}$ $\alpha = \arctan \frac{2\zeta\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$	$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \omega_0^2e^{i\omega t}$ 式中 $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ $\zeta = \frac{c}{\omega_0} = \frac{C}{2\sqrt{mK}}$ $x(t) = H(\omega)\omega_0^2e^{i\omega t}$ $H(\omega)$ 可通过计算或测试得到
脉冲响应函数	$h(t) = \frac{\omega_0^2}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_0 t} \sin\omega_d t$ 其中 $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$	上述方程的解： $x(t) = \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau$ (杜哈曼积分) 式中 $f(\tau) = \omega_0^2 e^{i\omega\tau}$ 杜哈曼积分的卷积形式： $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta)f(t-\theta)d\theta$
$H(\omega)$ 和 $h(t)$ 的关系	$H(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-i\omega t}dt$ $h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{i\omega t}d\omega$	$H(\omega)$ 、 $h(t)$ 都是反映系统动态特性的，它只与系统本身参数有关，与输入的性质无关

注：1. 系统的传递函数只反映系统的动态特性，与激励性质无关，简谐激励或随机激励都一样传递。

2. 频响函数为复数形式的输出（响应）和输入（激励）之比。
3. 脉冲响应函数参见“非周期干扰力作用下响应”一节。

3.3 单自由度线性系统的随机响应

表 17-4-9

项 目	计 算 公 式	计算结果及说明
输入 $x(t)$	$E[x(t)] = 0$ $S_x(\omega) = S_0$ $R_x(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau)$	输入 $x(t)$ 是各态历经具有高斯分布的白噪声过程
响应的均值	$E[y(t)] \approx 0$	
响应的自相关函数	$R_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta_1)h(\theta_2)R_x(\tau - \theta_2 + \theta_1)d\theta_1 d\theta_2$ $= \frac{2\pi S_0 \omega_0^4}{\omega_d^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau + t_1 - t_2) \times$ $e^{-\zeta\omega_0(t_1+t_2)} \sin\omega_d t_1 \sin\omega_d t_2 dt_1 dt_2$	$R_y(\tau) = \frac{2\pi S_0 \omega_0}{4\zeta} e^{-\zeta\omega_0 \tau } \times \left[\cos\omega_d t \pm \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d t \right]$ (当 $t \geq 0$ 取正值, $t < 0$ 取负值)
响应的自谱密度函数	$S_y(\omega) = H(\omega)H^*(\omega)S_x(\omega) = H(\omega) ^2 S_x(\omega)$	$S_y(\omega) = \frac{\omega_0^4 S_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega_0^2\omega^2}$
响应的均方值	$E[y^2(t)] = R_y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)d\omega$	$E[y^2(t)] = \frac{\pi S_0 \omega_0}{2\zeta} = \sigma_y^2$
响应的概率密度函数	$f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}$	输入具有高斯分布的，则输出也一定是具有高斯分布的

注：1. 工程中窄带随机振动问题的处理方法和确定性振动问题相似，所以，通常将其转化为确定性振动来处理。
2. 功率谱密度函数不随频率改变而改变的谱 ($S_x(\omega) = S_0$) 称为白谱，其对应的随机过程称为白噪声过程。这种过程只是一种理想状态，但宽带随机只要在一定的频带范围内缓慢变化，可近似处理为白噪声过程。

第5章 隔振与减振

1 隔振与减振方法

隔振与减振的方法大致有：

(1) 隔离法

用隔离器来减弱冲击和(或)振动传输，通常是弹性支承物。用来在某频率范围内减弱振动传输的隔离器称为隔振器。

(2) 阻尼法

用能量耗散的方法来减少冲击和(或)振动。

(3) 动力减振法

在所要求的频率上将能量转移到附加系统中来减小原系统的振动，该装置称为动力吸振器。

(4) 冲击法

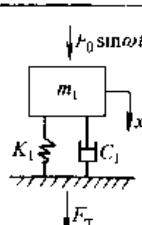
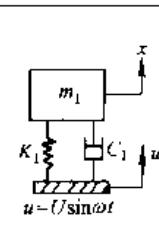
利用两物体碰撞后动能损失的原理来减振，该类装置称为冲击减振器。而冲击吸振器则是用能量耗散方法来减少机械系统受冲击后响应的装置。

无论何种方法都不能离开阻尼的作用。

2 隔振器设计

2.1 隔振原理及一次隔振器动力参数设计

表 17-5-1

项 目	主动(积极)隔振	被动(消极)隔振
隔振目的与说明	机械设备本身为振源，为减少振动对周围环境的影响，即减少传给基础的动载荷，将机械设备与基础隔离开来	振源来自于基础运动，为了使外界振动尽可能少地传到机械设备中来，将机械设备与基础隔离开来
力学模型		
主要考核内容	传给基础的动载荷值 $F_m = T_A F_0$	传动机械设备的位移幅值 $R = T_A U$
绝对传递系数 T_A (隔振系数 η)	$T_A = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta Z)^2}}{\sqrt{(1 - Z^2)^2 + (2\zeta Z)^2}}$ 式中 $Z = \frac{\omega}{\omega_n}$ Z 很小时 $T_A = \left \frac{1}{1 - Z^2} \right $ 绝对传递系数 T_A 只与系统的结构参数(质量、阻尼、刚度)有关，与外激励的性质无关，所以，确定系统在传递简谐激励、非简谐激励、随机激励过程中，绝对传递系数都是一样的	ω_n ——固有圆频率
隔振效率	$E = (1 - \eta) \times 100\%$	
说明	从绝对传递系数公式中看出：在小阻尼情况下($\zeta=0$)，只有频率比 $Z > \sqrt{2}$ 时，才有隔振效果，即 $\eta < 1$	

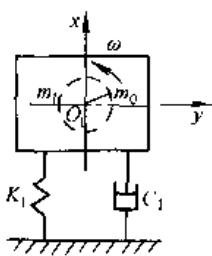
续表

项 目	主动(积极)隔振	被动(消极)隔振
设计条件	在已知机械设备总体质量 m_1 和激振圆频率 ω 的条件下, 可根据要求的隔振系数 η 进行隔振器的动力参数设计。如果还知道激振力幅值, 可根据基础所能承受的动载荷进行隔振器的动力参数设计	在已知机械设备或装置的总体质量 m_1 和支承运动圆频率 ω 的条件下, 可根据隔振系数 η 进行隔振器的动力参数设计。如果还知道支承运动位移幅值, 可根据机械设备允许的运动位移幅值进行隔振器的动力参数设计
频率比的选择	一般选择范围: $Z = 2 \sim 10$ $\eta = 0.25 \sim 0.01$ 最佳选择范围: $Z = 3 \sim 5$ $\eta = 0.11 \sim 0.04$	$Z \approx \frac{1}{\sqrt{\eta}}$
隔振弹簧总刚度	隔振弹簧总刚度: $K_1 = \frac{1}{Z^2} m_1 \omega^2$ (N/m)	
考核指标	瞬时最大运动响应: $B_{max} = (3 \sim 7) B$ 式中 $B = \frac{F_0}{K_1} T_M$	瞬时最大相对运动响应: $\delta_{max} = (3 \sim 7) \delta_0$ 式中 $\delta_0 = U T_R$
辅助考核内容	稳态响应系数 $T_M = \frac{B}{B_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - Z^2)^2 + (2\zeta Z)^2}}$	相对传递系数: $T_R = \frac{\delta_0}{U} = \frac{Z^2}{\sqrt{(1 - Z^2)^2 + (2\zeta Z)^2}}$
说明	当 $Z > \sqrt{2}$ 时, 如单纯从隔振观点出发, 阻尼的增加会降低隔振效果, 但工程实践中常遇见外界突然冲击和扰动, 为避免弹性支承物体产生过大振幅的自由振动, 常人为地增加一些阻尼以抑制其振幅, 且可使自由振动很快消失, 特别是当隔振对象在启动和停机过程中经过共振区时, 阻尼的作用就更显得重要。综合考虑, 实用最佳阻尼比 $\zeta = 0.05 \sim 0.20$ 。在此范围内, 加速和停车造成的共振不会过分大, 第一, 因共振区是低频区, 而不平衡扰动力在低频时都很小; 其次, 隔振系统受扰动后常以较快速度越过共振区, 该瞬时最大位移可达正常振幅的 3~7 倍。同时, 隔振性能也不致降得过多, 通常隔振效率可达 80% 以上	
设计思想	为防止机体 m_1 和基础相互碰撞(包括机体与基础或与固定在基础上六个方向所有物体的碰撞), 机体 m_1 和基础间的最小间隙应大于二倍 B_{max} 或 δ_{max} 。为防止机体 m_1 跳离隔振弹簧, 弹簧的静压缩量应大于 B_{max} 或 δ_{max} , 弹簧的允许极限压缩量 δ'_1 应大于二倍 B_{max} 或 δ_{max} ; 非压缩弹簧相对允许变形量应大于二倍 B_{max} 或 δ_{max}	
隔振弹簧设计参数的确定	弹簧的最小、工作和极限变形量分别为: $\delta_1 \geq 0.2 B_{max}$ $\delta_n = \delta_1 + B_{max}$ $\delta_j = \delta_1 + 2 B_{max}$ 与之所对应的力分别为: $P_1 = K'_1 \delta_1$ $P_n = K'_1 \delta_n$ $P_j = K'_1 \delta_j$	弹簧最小、工作和极限变形量分别为: $\delta_1 \geq 0.2 \delta_{max}$ $\delta_n = \delta_1 + \delta_{max}$ $\delta_j = \delta_1 + 2 \delta_{max}$ 与之所对应的力分别为: $P_1 = K'_1 \delta_1$ $P_n = K'_1 \delta_n$ $P_j = K'_1 \delta_j$

注: 1. 符号意义: F_0 —激振力幅值, N; U —支承运动位移幅值, m; ω —激振力或支承运动的圆频率, rad/s;
 B —简谐激励稳态响应振幅, m; B_1 —隔振弹簧在数值为 F_0 的静力作用下的变形量, $B_1 = F_0/K_1$, m; δ_0 —支承简谐运动, 隔振物体与基础相对振动 ($z - u$) 的振幅, m; ω_0 —系统的固有圆频率, $\omega_0^2 = K_1/m_1$, rad/s;
 Z —频率比, $Z = \omega/\omega_0$; ζ —阻尼比, $\zeta = C_1/2\omega_0$;
2. 一次隔振指的是经一级弹簧进行振动隔离, 隔振系统(如力学模型所示)是一个二阶单自由度系统。

2.2 一次隔振器动力参数设计示例

图 17-5-1 所示某柴油发电机组总质量 $m_1 = 10000$ kg, 转子的质量 $m_0 = 2940$ kg, 转子回转转速 1500r/min, 偏心质量激振圆频率 $\omega = 157$ rad/s, 多缸柴油发电机组(包括风机在内)的平衡品质等级为 G250, 回转轴心与 m_1 的质心基本重合, 试设计一次隔振器动力参数。



(1) 频率比

选取隔振系数 $\eta = 0.06$, 则频率比:

$$Z \geq \sqrt{\frac{1}{\eta}} = \sqrt{\frac{1}{0.06}} = 4.08 \quad \text{选择 } Z = 4.5$$

(2) 隔振弹簧刚度

隔振弹簧总刚度:

$$K_1 = \frac{1}{Z^2} m_1 \omega^2 = \frac{1}{4.5^2} \times 10000 \times 157^2 = 12172346 \text{ N/m}$$

图 17-5-1 柴油发电机组隔振系统力学模型

隔振弹簧共采用 8 个橡胶弹簧、对称布置, 1 个弹簧刚度为:

$$K'_1 = K_1 / 8 = \frac{12172346}{8} = 1521543 \text{ N/m}$$

(3) 惯性激振力幅值

$$m_0 \omega^2 = 2940 \times 0.0016 \times 157^2 = 115949 \text{ N}$$

式中 转子质量偏心半径:

$$e = \frac{C}{\omega \times 10^6} = \frac{250}{157 \times 10^6} = 0.0016 \text{ m}$$

(4) 稳态响应振幅

$$B = \left| \frac{F_0}{K_1(1-Z^2)} \right| = \left| \frac{115949}{12172346 \times (1-4.5^2)} \right| = 0.00049 \text{ m}$$

(5) 最大位移

$$B_{\max} = 5B = 5 \times 0.00049 = 0.0025 \text{ m}$$

(6) 隔振弹簧的设计参数

弹簧的最小、工作和极限变形量分别为:

$$\delta_1 \geq 0.2 B_{\max} = 0.2 \times 0.0025 = 0.0005 \text{ m} \quad \text{选取 } \delta_1 = 0.0025 \text{ m}$$

$$\delta_n = \delta_1 + B_{\max} = 0.0025 + 0.0025 = 0.005 \text{ m}$$

$$\delta_j = \delta_1 + 2B_{\max} = 0.0025 + 2 \times 0.0025 = 0.0075 \text{ m}$$

对应弹簧变形量的弹性恢复力分别为:

$$P_1 = K'_1 \delta_1 = 1521543 \times 0.0025 = 3804 \text{ N}$$

$$P_n = K'_1 \delta_n = 1521543 \times 0.0050 = 7608 \text{ N}$$

$$P_j = K'_1 \delta_j = 1521543 \times 0.0075 = 11412 \text{ N}$$

橡胶弹簧设计参阅本章 2.5 节。

(7) 校核计算稳态振幅

沿 x 方向稳态振动的幅值:

$$B_x = \left| \frac{F_0}{K_x(1-Z_x^2)} \right| = \left| \frac{115949}{12288000 \times (1-4.47^2)} \right| = 0.0005 \text{ m}$$

式中 $K_x = K'_1 \times 8 = 1536000 \times 8 = 12288000 \text{ N/m}$

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{K_x}{m_1}} = \sqrt{\frac{12288000}{10000}} = 35.05 \text{ rad/s}$$

$$Z_x = \frac{\omega}{\omega_{nx}} = \frac{157}{35.05} = 4.47$$

沿 y 方向稳态振动的幅值:

$$B_y = \left| \frac{F_0}{K_y(1-Z_y^2)} \right| = \left| \frac{115949}{1708800 \times (1-12^2)} \right| = 0.00047 \text{ m}$$

式中 $K_y = K'_1 \times 8 = 213600 \times 8 = 1708800 \text{ N/m}$

$$\omega_{ny} = \sqrt{\frac{K_y}{m_1}} = \sqrt{\frac{1708800}{10000}} = 13.1 \text{ rad/s}$$

$$Z_y = \frac{\omega}{\omega_{n_y}} = \frac{157}{13.1} = 12$$

由于该隔振系统给定条件有同转轴心与 m_1 质心基本重合、即对 m_1 质心的偏心惯性力矩为零或很小， m_1 不会产生围绕质心的摇摆振动，或摇摆振动很小，通常设计中不加考虑。设计中应使弹簧对称于合成质心布置，以防止出现摇摆振动。

(8) 传给基础的动载荷幅值

沿垂直方向传给基础的动载荷幅值：

$$F_x = K_x B_x = 12288000 \times 0.0005 = 6144 \text{ N}$$

沿水平方向传给基础的动载荷幅值

$$F_y = K_y B_y = 1708800 \times 0.00047 = 803 \text{ N}$$

这两个重要参数是提供给土建设计的参数，自然需要同土建设计进行协调。

当采用悬挂隔振器时，由于 $K_y \approx 0$ ， $F_{y\max} \approx 0$ ，传给基础的为垂直方向动载荷。

(9) 最大位移

垂直方向的最大位移： $B_{x\max} = 5B_x = 5 \times 0.0005 = 0.0025 \text{ m}$

水平方向的最大位移： $B_{y\max} = 5B_y = 5 \times 0.00048 = 0.0024 \text{ m}$

机体 m_1 和基础之间沿垂直、水平两个方向的最小间隙应分别大于 $B_{x\max}$ 、 $B_{y\max}$ 。

(10) 瞬时传给基础的最大动载荷

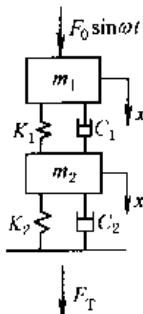
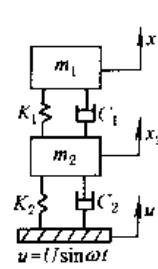
垂直方向： $F_{x\max} = K_x B_{x\max} = 12288000 \times 0.0025 = 30720 \text{ N}$

水平方向： $F_{y\max} = K_y B_{y\max} = 3724800 \times 0.0024 = 8940 \text{ N}$

瞬时传给基础的最大动载荷尽管比较大，但由于该动载荷的频率很低，只要隔振物体不脱离弹簧，弹簧也不会出现类似压靠现象，即无瞬时冲击现象，瞬时传给基础的最大动载荷也可忽略不计。

2.3 二次隔振器动力参数设计

表 17-5-2

项 目	主动（积极）隔振	被动（消极）隔振
力学模型		
设计已知条件		
	当一次隔振满足不了隔振要求时，需采用二次隔振，所以，一次隔振器动力参数设计的已知条件以及一次隔振设计确定的动力参数均为二次隔振器设计的已知条件，即已知系统的参数 m_1 、 K_1 、 C_1 、激振力幅值 F_0 或支承运动幅值 U 、激振圆频率 ω 、传给基础的允许动载荷幅值 $[F_T]$ 或被隔振物体允许的位移幅值 $[B_1]$	
确定的动力参数	二次隔振器设计所要确定的动力参数是二次隔振架的参振质量 m_2 和二次隔振弹簧的刚度 K_2 。为方便设计，引用刚度比 S 、质量比 μ 、振幅比 Δ 和一次隔振系统的固有圆频率 ω_n 四个物理量：	$S = \frac{K_2}{K_1} \quad \mu = \frac{m_2}{m_1} \quad \Delta = \frac{B_1}{B_2} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} \quad (\text{rad/s})$ 由于 $K_2 = SK_1$ ， $m_2 = \mu m_1$ ，于是将确定 K_2 和 m_2 的问题转化为确定 S 和 μ 的问题
系统的固有频率		$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{\omega_n^2}{2\mu}} \left[\left(S + \mu + 1 \right) \pm \sqrt{(S + \mu + 1)^2 - 4S\mu} \right]$

续表

项 目	主动(积极)隔振	被动(消极)隔振
系统稳态响应振幅	$B_2 = \frac{\omega_n^4}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu} \times \frac{F_0}{K_1}$ $B_1 = \frac{\omega_n^2(S+1)\omega_n^2 - \mu\omega^2}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu} \times \frac{F_0}{K_1}$	$B_1 = \frac{\omega_n^4 SU}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu}$ $B_2 = \frac{(\omega_n^2 + \omega_2^2)SU}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu}$
刚度比与质量比的关系	$S = \frac{K_2}{K_1} = K_* \frac{m_1 + m_2}{m_1} = K_*(1 + \mu)$ <p>式中 K_*——两弹簧静变形量之比, $K_* = \frac{\delta_{10}}{\delta_{20}}$, 设计中 K_* 的取值可在 0.8~1.2 的范围内选择 δ_{10}——K_1 弹簧在 $m_1 g$ 作用下的静变形量, m δ_{20}——K_2 弹簧在 $(m_1 + m_2) g$ 作用下的静变形量, m</p>	
主要考核指标	传给基础的动载荷幅值 $F_{T2} = \eta F_0 = K_2 B_2$	传到机械设备的位移幅值 $B_1 = \eta U$
隔振系数 η	$\eta = \frac{\omega_n^2 S}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu}$ $= K_2 \frac{\omega_n^4}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu} \times \frac{1}{K_1}$	$\eta = \frac{\omega_n^4 S}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu}$ $= K_2 \frac{\omega_n^4}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu} \times \frac{1}{K_1}$
设计思想	在考察二次隔振与一次隔振传给基础的动载荷幅值之比 K_p 和二次隔振 m_2 与 m_1 振动位移幅值之比关系中, 寻求在 K_* 给定条件下确定质量比 μ 的计算公式	被动隔振与主动隔振的隔振系数(绝对传递系数)完全一样, 所以, 可将 U 看成 F_0 , 将 B_1 看成 F_{T2} , 按主动隔振确定质量比 μ , 不影响被动二次隔振的隔振效果
二次隔振与一次隔振传给基础动载荷幅值之比	$K_p = \frac{F_{T2}}{F_m} = \frac{K_2 B_2}{K_1 B_1} = K_*(1 + \mu) \Delta $	$K_p = \frac{B_1}{B} = \frac{K_2 \lambda_2}{K_1 \lambda_1} = K_*(1 + \mu) \Delta $ <p>等效主动二次隔振稳态振幅</p> $\lambda_2 = \frac{\omega_n^4}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_n^2)\mu} \times K_1$ $\lambda_1 = \frac{\omega_n^2 [(S+1)\omega_n^2 - \mu\omega^2]}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)\mu} \times K_1$ <p>等效主动一次隔振稳态振幅</p> $\lambda = \frac{\omega_n^2 U}{\omega^2 - \omega_n^2}$
振幅比	$\Delta = \left \frac{B_2}{B_1} \right $	$\Delta = \left \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right $
质量比	$\mu = \frac{1 + \left(1 \mp \frac{1}{K_p} \right)}{\left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 - K_* \left(1 \mp \frac{1}{K_p} \right)}$	式中正负号的选取应使 μ 为正值
动力参数	二次隔振架参振质量 $m_2 = \mu m_1$ 二次隔振弹簧刚度 $K_2 = K_*(1 + \mu) K_1$	
辅助考核指标	$B_{1max} = (3 \sim 7) B_1$ $\delta_{1max} = (3 \sim 7) (B_2 - B_1)$ $B_{2max} = (3 \sim 7) B_2$	$\delta_{max} = (3 \sim 7) (U - B_1)$ $\delta_{1max} = (3 \sim 7) (B_1 - B_2)$ $\delta_{2max} = (3 \sim 7) (U - B_2)$

续表

项 目	主动(积极)隔振	被动(消极)隔振
设计思想	为防止机体 m_1 、二次隔振架 m_2 和基础(包括固定在它上面的物体)沿空间六个方向的相互碰撞, 机体和基础间的最小间隙应大于 $B_{1\max}$ (或 $\delta_{1\max}$)、机体 m_1 和二次隔振架 m_2 间的最小间隙应大于 $\delta_{1\max}$ 、二次隔振架 m_2 和基础间的最小间隙应大于 $B_{2\max}$ (或 $\delta_{2\max}$) 为防止机体 m_1 和二次隔振架 m_2 在振动过程中跳离隔振弹簧, 弹簧的静压缩量 δ_{n1} 、 δ_{n2} 应分别大于 $\delta_{1\max}$ 、 $B_{2\max}$ (或 $\delta_{2\max}$), 允许极限压缩量 δ_{p1} 、 δ_{p2} 应分别大于 $(\delta_{n1} + \delta_{1\max})$ 、 $(\delta_{n2} + B_{2\max})$ 或 $(\delta_{n2} + \delta_{2\max})$; 对非压缩弹簧, 允许相对变形量应大于二倍 $\delta_{1\max}$ 、 $B_{2\max}$ 或 $\delta_{2\max}$	
隔振弹簧设计参数确定	用 $\delta_{1\max}$ 确定一次隔振弹簧的变形量 $\delta_{11} > 0.2\delta_{1\max} \quad \delta_{n1} = \delta_{11} + \delta_{1\max} \quad \delta_{p1} = \delta_{n1} + \delta_{1\max}$ 用 $B_{2\max}$ 或 $\delta_{2\max}$ 确定二次隔振弹簧的变形量 $\delta_{12} > 0.2B_{2\max} \quad \delta_{n2} = \delta_{12} + B_{2\max} \quad \delta_{p2} = \delta_{n2} + B_{2\max}$ 或 $\delta_{12} > 0.2\delta_{2\max} \quad \delta_{n2} = \delta_{12} + \delta_{2\max} \quad \delta_{p2} = \delta_{n2} + \delta_{2\max}$ 根据刚度分配原则和弹簧的布置情况, 确定出各组弹簧的一只弹簧的刚度, 用该刚度分别去乘弹簧的各变形量 δ_1 、 δ_n 、 δ_p , 得到相应的力 P_1 、 P_n 、 P_p	

2.4 二次隔振器动力参数设计示例

某直线振动机二次隔振力学模型如图 17-5-2 所示, 该振动动机机体质量 $m_1 = 7360\text{kg}$, 沿与水平方向成 α 角的方向上施加激振力 $F(t) = F_0 \sin \omega t$, 激振力幅值 $F_0 = 258300\text{N}$, 激振频率 $\omega = 83.78\text{rad/s}$, 一次隔振器动力参数设计确定隔振弹簧沿 x 方向的刚度 $K_{1x} = 1972000\text{N/m}$ (采用 8 只 $K'_{1x} = 246500\text{N/m}$, $K'_{1y} = 174900\text{N/m}$ 的隔振弹簧), 因此, 隔振弹簧沿 y 方向的刚度 $K_{1y} = 139900\text{N/m}$, 沿 x 方向和 y 方向传给基础的动载荷幅值分别为 $F_{Tx} = 6508\text{N}$, $F_{Ty} = 5500\text{N}$, 该振动动机安装在上层楼板工作位置后, 由于 ω 和楼板的固有圆频率很接近, 楼板产生强烈的拍振。为减轻楼板振动, 生产单位要求通过减小传给基础动载荷的方法, 解决楼板强烈振动构成的安全隐患问题。试进行二次隔振器动力参数设计。

(1) 质量比

首先选取 $K_s = 1.05$, $K_p = \frac{1}{7}$

$$\mu = \left| \frac{1 + K_s \left(1 \pm \frac{1}{K_p} \right)}{\left(\frac{\omega}{\omega_{ss}} \right)^2 - K_s \left(1 \pm \frac{1}{K_p} \right)} \right|$$

$$= \left| \frac{1 + 1.05(1+7)}{\left(\frac{83.78}{16.4} \right)^2 - 1.05(1+7)} \right| = 0.54$$

式中 $\omega_{ss} = \sqrt{K_{1x}/m_1} = \sqrt{1972000/7360} = 16.4 \text{ rad/s}$

(2) 二次隔振架质量

$$m_2 = \mu m_1 = 0.54 \times 7360 = 4120 \text{ kg}$$

(3) 二次隔振弹簧刚度

$$K_{2x} = K_s(1 + \mu)K_{1x} = 1.05(1 + 0.54) \times 1972000 = 3168000 \text{ N/m}$$

选用 14 只 $K'_{2x} = 246500\text{N/m}$, $K'_{2y} = 174900\text{N/m}$ 的隔振弹簧, 并对称质心均匀布置。

$$K_{2x} = K'_{2x} \times 14 = 246500 \times 14 = 3451000 \text{ N/m}$$

$$K_{2y} = K'_{2y} \times 14 = 174900 \times 14 = 2449000 \text{ N/m}$$

以上两数值为最后确定的二次隔振弹簧的刚度。

(4) 系统的固有圆频率

沿 x 方向的固有圆频率

$$\omega_{ssx} = \sqrt{\frac{1}{2\mu} [(S_x + \mu + 1) \mp \sqrt{(S_x + \mu + 1)^2 - 4S_x\mu}]}$$

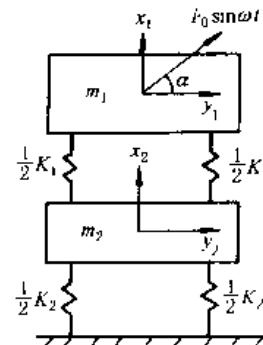


图 17-5-2 某振动机
二次隔振力学模型

$$\begin{aligned}
 &= 16.4 \times \sqrt{\frac{1}{2 \times 0.54} [(1.75 + 0.54 + 1) \mp \sqrt{(1.75 + 0.54 + 1)^2 - 4 \times 1.75 \times 0.54}]} \\
 &= \left\{ \begin{array}{l} 12.59 \text{ rad/s} \\ 38.47 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

式中 $S_x = \frac{K_{2x}}{K_{1x}} = \frac{3451000}{1972000} = 1.75$

沿 y 方向的固有圆频率

$$\begin{aligned}
 \omega_{ny1} &= \omega_{ny} \sqrt{\frac{1}{2\mu} [(S_y + \mu + 1) \mp \sqrt{(S_y + \mu + 1)^2 - 4S_y\mu}]} \\
 &= 13.79 \sqrt{\frac{1}{2 \times 0.54} [(1.75 + 0.54 + 1) \mp \sqrt{(1.75 + 0.54 + 1)^2 - 4 \times 1.75 \times 0.54}]} \\
 &= \left\{ \begin{array}{l} 10.62 \text{ rad/s} \\ 32.34 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

式中 $\omega_{ny} = \sqrt{K_{1y}/m_1} = \sqrt{1399000/7360} = 13.79 \text{ rad/s}$

$$S_y = \frac{K_{2y}}{K_{1y}} = \frac{2449000}{1399000} = 1.75$$

(5) 稳态响应幅值

$$\begin{aligned}
 B_{x2} &= \frac{\omega_{nx1}^4}{(\omega^2 - \omega_{nx1}^2)(\omega^2 - \omega_{nx2}^2)\mu} \times \frac{F_0 \sin \alpha}{K_{1x}} \\
 &= \frac{16.4^4}{(83.78^2 - 12.59^2)(83.78^2 - 38.47^2) \times 0.54} \times \frac{258300 \times \sin 40^\circ}{1972000} \\
 &= 0.0003 \text{ m} \\
 B_{x1} &= \frac{\omega_{nx1}^2 [(S_x + 1)\omega_{nx}^2 - \mu\omega^2]}{(\omega^2 - \omega_{nx1}^2)(\omega^2 - \omega_{nx2}^2)\mu} \times \frac{F_0 \sin 40^\circ}{K_{1x}} \\
 &= \frac{16.4^2 \times [(1.75 + 1) \times 16.4^2 - 0.54 \times 83.78^2]}{(83.78^2 - 12.59^2)(83.78^2 - 38.47^2) \times 0.54} \times \frac{258300 \times \sin 40^\circ}{1972000} \\
 &= -0.0034 \text{ m} \\
 B_{y2} &= \frac{\omega_{ny1}^4}{(\omega^2 - \omega_{ny1}^2)(\omega^2 - \omega_{ny2}^2)\mu} \times \frac{F_0 \cos \alpha}{K_{1y}} \\
 &= \frac{13.79^4}{(83.78^2 - 10.62^2)(83.78^2 - 32.34^2) \times 0.54} \times \frac{258300 \times \cos 40^\circ}{1399000} \\
 &= 0.00023 \text{ m} \\
 B_{y1} &= \frac{\omega_{ny1}^2 [(S_y + 1)\omega_{ny}^2 - \mu\omega^2]}{(\omega^2 - \omega_{ny1}^2)(\omega^2 - \omega_{ny2}^2)\mu} \times \frac{F_0 \cos \alpha}{K_{1y}} \\
 &= \frac{13.79^2 \times [(1.75 + 1) \times 13.79^2 - 0.54 \times 83.78^2]}{(83.78^2 - 10.62^2)(83.78^2 - 32.34^2) \times 0.54} \times \frac{258300 \times \cos 40^\circ}{1399000} \\
 &= -0.0039 \text{ m}
 \end{aligned}$$

(6) 最大位移

机体 m_1 的最大绝对位移

$$B_{x1max} = 5B_{x1} = 5 \times 0.0034 = 0.017 \text{ m}$$

$$B_{y1max} = 5B_{y1} = 5 \times 0.0039 = 0.0195 \text{ m}$$

为了使机体 m_1 和基础在振动过程中不发生碰撞，沿垂直方向的最小间隙应大于 0.017 m ，沿水平方向最小间隙应大于 0.0195 m 。

机体 m_1 和二次隔振架 m_2 间的相对位移

$$\delta_{x1max} = 5(B_{x2} - B_{x1}) = 5 \times (0.0003 + 0.0034) = 0.0185 \text{ m}$$

$$\delta_{y1max} = 5(B_{y2} - B_{y1}) = 5 \times (0.00013 + 0.0039) = 0.02 \text{ m}$$

为了使机体 m_1 和二次隔振架 m_2 在振动过程中不发生碰撞，沿垂直方向的最小间隙应大于 0.0185m，沿水平方向的最小间隙应大于 0.02m。

二次隔振架 m_2 的最大绝对位移

$$B_{x2\max} = 5B_{x2} = 5 \times 0.0003 = 0.0015 \text{ m}$$

$$B_{y2\max} = 5B_{y2} = 5 \times 0.00013 = 0.00065 \text{ m}$$

为了使二次隔振架 m_2 和基础在振动过程中不发生碰撞，沿垂直方向的最小间隙应大于 0.0015m，沿水平方向的最大间隙应大于 0.00065m。一次隔振弹簧和二次隔振弹簧的变形量与 $\delta_{x1\max}$ 和 $B_{x2\max}$ 的关系符合要求。

(7) 传给基础的动载荷幅值

垂直即 x 方向传给基础的动载荷幅值

$$F_{Tx} = K_{2x}B_{x2} = 3451000 \times 0.0003 = 1035 \text{ N}$$

水平即 y 方向传给基础的动载荷幅值

$$F_{Ty} = K_{2y}B_{y2} = 2449000 \times 0.00023 = 563 \text{ N}$$

2.5 隔振器设计的几个问题

2.5.1 隔振器设计步骤

(1) 一次隔振动力参数初步设计

只考虑 x (垂直) 方向振动隔振效果，初步确定一次隔振弹簧总刚度 K_{1x} ，按照刚度分配原则，即预防出现摇摆振动的条件，初步确定单只弹簧刚度，再根据振动最大位移确定一次隔振弹簧的最小、工作、极限变形量及对应的弹性力，提供设计或选用一次隔振弹簧的原始数据。

(2) 二次隔振动力参数初步设计

只考虑 x (垂直) 方向振动隔振效果，初步确定二次隔振架的参振质量 m_2 和二次隔振弹簧刚度 K_{2x} ，按照刚度分配原则，确定一只弹簧刚度，再根据振动最大位移 $B_{x\max}$ 或 $\delta_{x\max}$ 确定二次隔振弹簧的最小、工作和极限变形量及对应的弹性力，提供设计二次隔振弹簧的原始设计参数。采用二次隔振安装的机械设备多数为大中型机械设备，从结构上允许安装较多数量的二次隔振弹簧，为了简化设计和方便生产中备件管理，二次隔振弹簧和一次隔振弹簧往往选用完全相同的弹簧，总刚度及刚度比通过采用弹簧的数量加以调整和匹配。确定质量比 μ 时，应对实际刚度比变化的影响留有余地。

(3) 隔振弹簧设计

根据隔振器动力参数设计提供的各种规格弹簧的最小、工作和极限变形量及其对应的弹性力，分别设计各种规格弹簧。金属螺旋弹簧板弹簧等设计详见第 2 卷第 11 篇弹簧，橡胶弹簧设计详见本章 2.7 节。由于所设计的弹簧参数不可能与要求参数相同，因此，弹簧设计出来后，要重新协调各参数之间的关系，直至各参数匹配，隔振弹簧的参数才最终确定。

(4) 隔振器参数的校核计算

首先校核计算隔振弹簧水平方向的刚度及运动稳定性，金属螺旋弹簧的水平刚度计算及稳定性校核详见本章 2.5.3 节，橡胶弹簧的设计及水平刚度的计算详见本章 2.7 节；其次根据动力参数的设计和最后确定的弹簧参数，校核计算隔振系统的稳定解振幅、传给基础的动载荷幅值以及绝对运动或相对运动的最大位移量，这包含有垂直和水平两个方向的参数校核计算。校核计算时，多数情况下对摇摆振动不做校核计算(但设计时必须考虑预防出现摇摆振动的条件)，垂直和水平两个方向的各参数则必须进行校核计算，若计算结果不满足要求时，应重新设计。

2.5.2 隔振器设计要点

(1) 预防机体产生摇摆振动，设计中要注意激振力作用点尽量靠近机体质心，使围绕质心的激振力矩尽可能减小；还要使围绕质心的弹性力矩之和接近于零（变形量相同），并注意弹性支承稳定性。

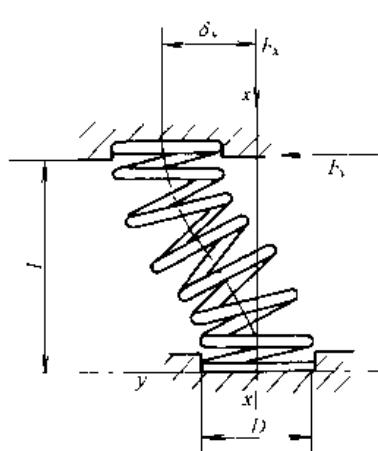
(2) 以压缩弹簧支承隔振机械设备时，弹簧两端均采用凸台式或碗式弹簧座，在弹簧静变形量不够的情况下试运转时，可防止弹簧飞出伤人，又可为支承机械设备限制定位。

(3) 如果对称质心布置的弹簧数量较多时，每排弹簧数量尽量采用奇数，而且弹簧的总刚度可以稍高于要求的值，这样便于调试时在每排弹簧中增减 1~2 只，既可调节弹簧的静变形量和隔振系统的频率比，又不影响弹簧的对称质心分布。

(4) 振动输送，给料、振动筛等有物料作用的振动机隔振器设计，有时可在空载条件下，将频率比选择在 2~4 的范围内，当物料压在机体上时，其频率比自动变高，刚好在 3~5 的范围内，确保隔振器的隔振效果。

2.5.3 圆柱螺旋弹簧的刚度

圆柱螺旋弹簧同时受垂直载荷和水平载荷作用产生如图 17-5-3 所示的变形，其垂直方向刚度计算公式为：



$$K_x = \frac{F_x}{\delta_x} = \frac{Gd^4}{8nD^3} \quad (\text{N/m}) \quad (17-5-1)$$

式中 F_x —— 垂直方向载荷，N；

δ_x —— 由载荷 F_x 所引起的垂直方向变形量，m；

G —— 弹簧钢的剪切弹性模量，一般可取 $G = 8 \times 10^{10}$ N/m²；

d —— 弹簧的钢丝直径，m；

D —— 弹簧中径，m；

n —— 弹簧的有效圈数

当弹簧钢的弹性模量 $E = 2.1 \times 10^{11}$ N/m²，剪切弹性模量 $G = 8 \times 10^{10}$ N/m² 时，弹簧的水平刚度为：

$$K_y = \frac{F_y}{\delta_y} = \frac{0.7 \times 10^{10} \times d^4}{G_n n D (0.204 H^2 + 0.256 D^2)} \quad (\text{N/m}) \quad (17-5-2)$$

式中 F_y —— 水平方向载荷，N；

δ_y —— 由载荷 F_y 所引起的水平方向变形量，m；

C_s —— 考虑垂直方向载荷影响的修正系数，其值取决于 $\frac{\delta_s}{H_0}$ 和 $\frac{H_0}{D}$ ，

可由图 17-5-4 选取；

H —— 弹簧的工作高度，m， $H = H_0 - \delta_s$ ；

H_0 —— 弹簧的自由高度，m；

δ_s —— 弹簧的静载变形量，m

图 17-5-3 圆柱螺旋弹簧在垂直和水平方向的变形

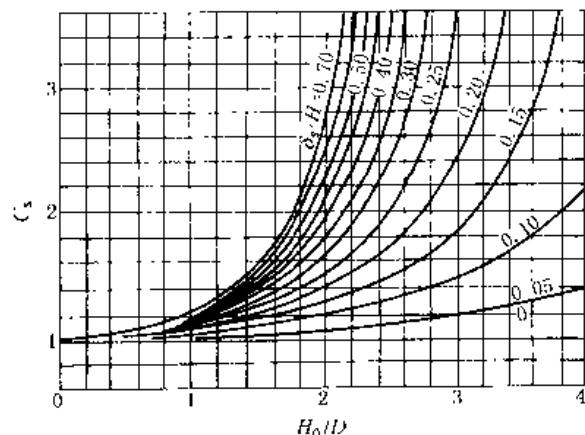


图 17-5-4 修正系数 C_s 与 $\frac{H_0}{D}$ 和 $\frac{\delta_s}{H_0}$ 关系曲线

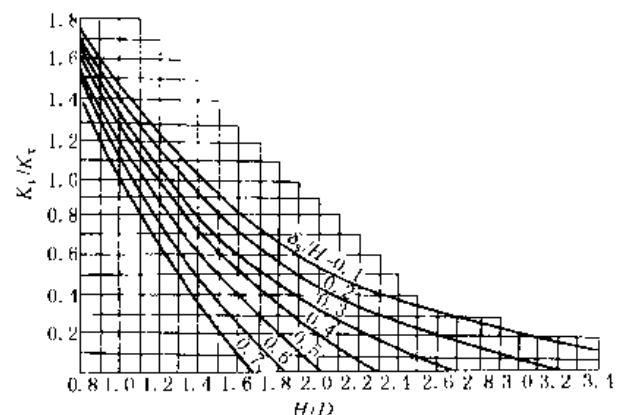


图 17-5-5 刚度比 $\frac{K_y}{K_x}$ 与 $\frac{H}{D}$ 和 $\frac{\delta_s}{H}$ 关系曲线

比较式 (17-5-1) 及式 (17-5-2) 得到刚度的比值关系为：

$$\frac{K_y}{K_x} = \frac{G C_s (0.204 H^2 + 0.256 D^2)}{5.6 \times 10^4 D^2} \quad (17-5-3)$$

当 $G = 8 \times 10^4$ N/mm² 时，

$$\frac{K_y}{K_x} = 1.44 C_s \left(0.204 \frac{H^2}{D^2} + 0.265 \right) \quad (17-5-4)$$

$\frac{K_y}{K_x}$ 随 $\frac{H}{D}$ 及 $\frac{\delta_s}{H}$ 的变化关系，如图 17-5-5 所示。

为了使弹簧所支承的机械设备具有足够的稳定性，弹簧的水平刚度对垂直刚度的比值应满足下式：

$$\frac{K_y}{K_x} \geq 1.20 \left(\frac{\delta_s}{H} \right) \quad (17-5-5)$$

2.5.4 隔振器的阻尼

如果单纯从隔振角度看，阻尼对隔离高频振动是不利的，但在生产实际中，常遇见外界冲击和扰动。为避免弹性支承物体产生大幅度自由振动，人为增加阻尼，抑制振幅，且使自由振动尽快消失。特别是当隔振对象在启动和停机过程中需经过共振区时，阻尼作用就更为重要。从隔振器设计角度出发，阻尼值大小似乎和隔振器设计无关，实际上系统阻尼大小，决定了系统减速的快慢，系统阻尼大，启动和停机时间就短，越过共振区的时间也短，共振振幅就小，否则相反。综合考虑，从隔振效果来看，实用最佳阻尼比为 $\zeta = 0.05 \sim 0.2$ 。在此范围内，共振振幅不会很大，隔振效果也不会降低很多。通常的隔振系统 $\zeta = 0.05$ ，无需加专门的阻尼器，当 $\zeta = 0.1 \sim 0.2$ 时，最简单的方法是用橡胶减振器，它既是弹性元件，又是粘弹性阻尼器。

2.6 隔振器的材料与类型

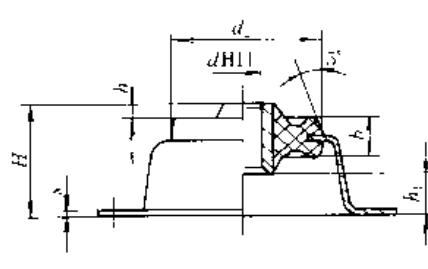
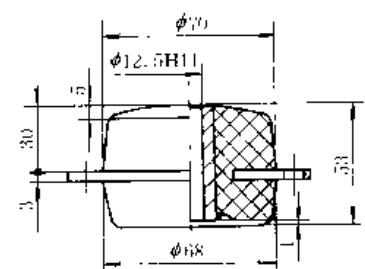
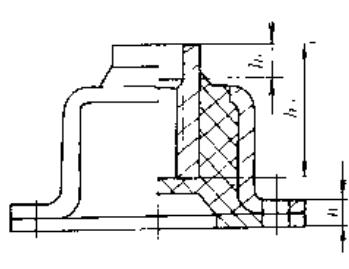
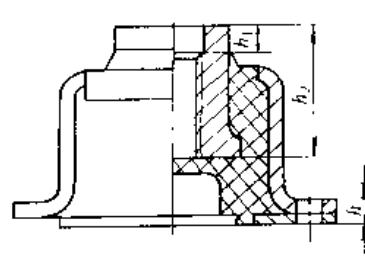
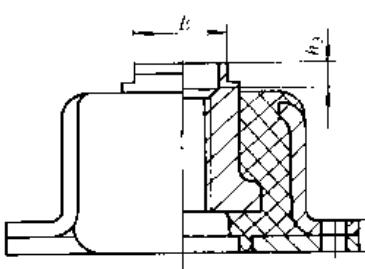
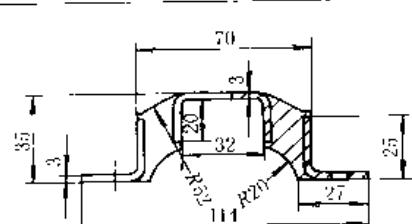
表 17-5-3 隔振材料的主要特性和应用范围

类 型	主 要 特 性	应 用 范 围	注 意 事 项
橡 胶	承载能力低，刚度大，阻尼系数为 $0.05 \sim 0.15$ ，有蠕变效应，耐温范围为 $-50 \sim 70^\circ\text{C}$ ，易于成形，能自由选取三个方向的刚度	多用于高频振动的积极和消极隔振，和金属弹簧配合使用效果好，可做成承压型或承剪型隔振器	相对变形量应控制在 $10\% \sim 20\%$ ，避免日晒和油、水侵蚀、承压型隔振器还应保证橡胶件有自由膨胀空间
金 属 弹 簧	承载能力大，变形量大，刚度小，阻尼系数小，为 0.005 左右，水平刚度小于垂直刚度，易摇晃，价廉	用于消极隔振和激振力大的设备的积极隔振，由于易晃动，不适用于精密设备的隔振	当需要较大阻尼时，可加阻尼器或与橡胶减振材料组合使用
空 气 弹 簧	刚度由压缩空气内能决定，承载能力可调，兼有隔振和隔声效果，阻尼系数大，为 $0.15 \sim 0.5$ ，使用寿命长	用于机车车辆、汽车及有特殊要求的精密设备的隔振。可制成具有任意非线性特性的隔振器	需有高压空气源保持压力稳定，当环境温度超过 70°C 时，不宜采用
泡 沫 橡 胶	刚度小，富有弹性，承载能力小。阻尼比为 $0.1 \sim 0.15$ ，性能不稳定，易老化	用于小型仪表的消极隔振	许用应力低，相对变形应控制在 $20\% \sim 35\%$ 以内，禁止日晒及与油接触
泡 沫 塑 料	刚度小，承载能力低，性能不稳定，易老化	用于小型仪表的消极隔振	工作应力应控制在 $1.96 \times 10^4 \text{ Pa}$ 以内
软 木	质轻，有一定弹性，阻尼系数为 $0.02 \sim 0.12$ ，有蠕变效应	用于积极隔离，或与橡胶、金属弹簧组合使用时作辅助隔振材料	应力应控制在 $9.8 \times 10^4 \text{ Pa}$ 左右，要防止软木向四周膨胀，防止吸水、吸油
毛 毡	阻尼大，弹性小，在干、湿反复作用下易丧失弹性，阻尼系数为 0.06 左右	多用于冲击隔离	厚度一般取 $(6.5 \sim 7.5) \times 10^{-3} \text{ m}$ ，工作环境要求温度、湿度变化较小
其 他	包括木屑、玻璃纤维、细砂等形状不固定的隔振材料，价廉，但特性差	用于设备与地面间的隔振或冲击隔离，一般作为辅助材料	使用时应放置在适当的容器或凹坑内

表 17-5-4 常用隔振器的类型和主要特性

序 号	类 型	代 号	简 图	主 要 特 性
1	平 板 形 隔 振 器	JP		额定载荷范围为 $4.41 \sim 153.35 \text{ N}$ ，结构紧凑，联接方便。垂直方向的固有圆频率为 $13.5 \sim 15 \text{ Hz}$ ，水平方向的固有圆频率为 $30 \sim 35 \text{ Hz}$

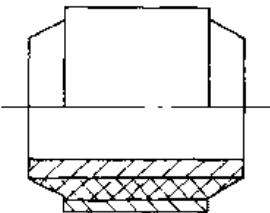
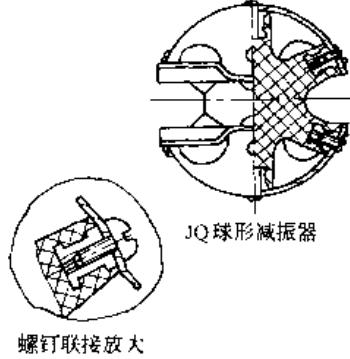
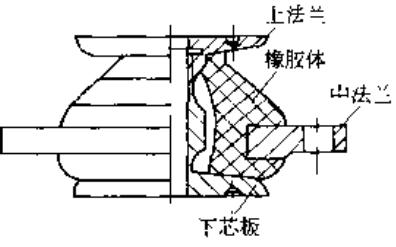
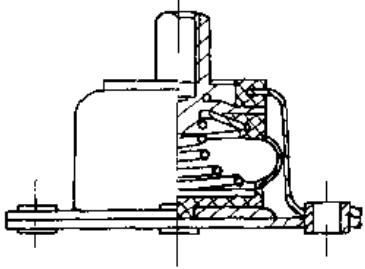
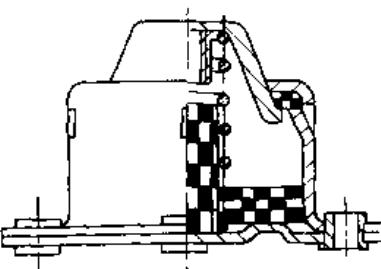
续表

序号	类型 代号	简图	主要特性
2	碗形隔振器 JW		额定载荷范围为 4.41 ~ 153.35N，结构紧凑、联接方便。垂直方向的固有圆频率为 13.5 ~ 15Hz，水平方向的固有圆频率为 30 ~ 35Hz。
3	加剧形隔振器 JG		
4	封闭形隔振器 JF		能承受高达 323.4 ~ 980N 的较大额定载荷。当隔振器橡胶损坏时，能防止设备与基础脱开，因此可用于支承在水平、倾斜和竖直基础上的设备。
5	封闭形隔振器 (耐油) JF-A		
6	封闭形隔振器 (耐油) JF-B		允许在润滑油、柴油和海水长期浸泡条件下工作，适用环境温度为 -5 ~ 70℃。
7	弧形隔振器 JH		耐振强度小，随所加载荷方向的不同，特性变化较大。

续表

序号	类型	代号	简图	主要特性
8	剪切形隔振器	JJQ		刚度小、阻尼大，支承稳定。额定载荷为 98~1176N
9	三向等刚度隔振器	JPD		三个方向等刚度，垂直方向固有圆频率为 7~12Hz，水平方向为 8~12.5Hz，额定载荷为 980~9800N
10	支柱形隔振器	JZ		水平方向固有圆频率为 6~7Hz，垂直方向为 11~13Hz，大多用于水平方向的隔振
11	支脚形隔振器	JJ		结构简单，成本低，额定载荷小，为 98~588N
12	框架形隔振器	JK		用来保护无线电设备整机振动与冲击隔离，额定载荷为 147~245.3N

续表

序号	类型	代号	简图	主要特性
13	衬套形隔振器	JC		结构简单、紧凑、性能稳定，用于小型设备的单个隔振，能承受水平和垂直两个方向的载荷
14	球形隔振器	JQ		水平和垂直方向固有圆频率相近，平均为 11~12Hz，应力分布均匀，额定载荷为 19.6~78.5N
15	橡胶等频隔振器	JX		非线性隔振器，承载范围大，既能用于隔振，也可用于冲击隔离
16	空气阻尼隔振器	JQZ		可通过改变孔径来调节阻尼系数，只能承受垂直方向载荷，额定载荷为 3.92~147.15N
17	金属网阻尼隔振器	JWL		性能稳定，不会老化，用于环境恶劣的场合，能承受较大的线性过载，额定载荷为 14.7~147.15N

注：各类隔振器结构及其应用详见《机械设计图册》第5卷（化学工业出版社，2000年）。

2.7 橡胶隔振器设计

2.7.1 橡胶材料的主要性能参数

表 17-5-5

主要参数	天然橡胶 NR	丁腈橡胶 NBR	氯丁橡胶 CR 及丁基橡胶 JIR																							
性能及使用范围	强度、延伸率、耐磨性、耐寒性等综合物理力学性能较好，能与金属牢固粘合。缺点是耐油、耐热性较差，常用于一般仪器设备的隔振器	耐油、耐热性好，阻尼较大，与金属的粘合性也好。常用作动力机械和工作机械的隔振器	CR 主要优点是耐候性好，常用于防老化、防臭氧要求较高的场合。缺点是生热性太大 JIR 优点是阻尼较大，隔振性能好，耐寒、耐酸、耐臭氧性能较好。缺点是与金属的粘合性差，只能单独使用																							
硬度	邵氏硬度 $H = 30 \sim 70$																									
弹性模量	$H = 40 \sim 60$ 时 $G = (5 \sim 12) \times 10^5 \text{ N/m}^2$ $E = (15 \sim 38) \times 10^5 \text{ N/m}^2$	$H = 55 \sim 70$ 时 $G = (10 \sim 17) \times 10^5 \text{ N/m}^2$ $E = (38 \sim 65) \times 10^5 \text{ N/m}^2$																								
	弹性模量和表面硬度间的关系如图 17-5-6 所示。橡胶隔振器制造时，硬度的变化范围为 $\pm 3 \sim \pm 5$ ，相应的弹性模量的变化范围为 $\pm 12\% \sim \pm 20\%$ 。因此，设计时应控制硬度公差																									
形状影响系数	$m = f(n)$, $n = \frac{\text{约束面积}}{\text{自由面积}}$, $m = f(n)$ 的关系相当复杂，表 17-5-4 给出了对应隔振器的 $m = f(n)$ 关系式																									
动态系数	$d = 1.2 \sim 1.6$	$d = 1.5 \sim 2.5$	$d = 1.4 \sim 2.8$																							
	d 的数值随频率、振幅、温度、硬度、配合及承载方式而异，很难获得准确值。通常只考虑 $H = 40 \sim 70$ ，按上述范围选取， H 小时取下限，否则相反																									
温度影响系数	λ_t 随温度的变化曲线如图 17-5-7 所示																									
弹性模量	静态弹性模量： $E_s = \lambda_t m E$, $G_s = \lambda_t m G$ 动态弹性模量： $E_d = d \lambda_t m E$, $G_d = d \lambda_t m G$																									
许用应力及最大允许变形	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">受力类型</th> <th colspan="3">许用应力/$10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$</th> </tr> <tr> <th>静 态</th> <th>动 态</th> <th>冲 击</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>拉 伸</td> <td>10 ~ 20</td> <td>5 ~ 10</td> <td>10 ~ 15</td> </tr> <tr> <td>压 缩</td> <td>30 ~ 50</td> <td>10 ~ 15</td> <td>25 ~ 50</td> </tr> <tr> <td>剪 切</td> <td>10 ~ 20</td> <td>3 ~ 5</td> <td>10 ~ 20</td> </tr> <tr> <td>扭 转</td> <td>20</td> <td>3 ~ 10</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> <p>静态载荷下：压缩变形 $< 15\%$，剪切变形 $< 25\%$ 动态载荷下：压缩变形 $< 5\%$，剪切变形 $< 8\%$</p>			受力类型	许用应力/ $10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$			静 态	动 态	冲 击	拉 伸	10 ~ 20	5 ~ 10	10 ~ 15	压 缩	30 ~ 50	10 ~ 15	25 ~ 50	剪 切	10 ~ 20	3 ~ 5	10 ~ 20	扭 转	20	3 ~ 10	20
受力类型	许用应力/ $10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$																									
	静 态	动 态	冲 击																							
拉 伸	10 ~ 20	5 ~ 10	10 ~ 15																							
压 缩	30 ~ 50	10 ~ 15	25 ~ 50																							
剪 切	10 ~ 20	3 ~ 5	10 ~ 20																							
扭 转	20	3 ~ 10	20																							
设计准则	$\sigma < [\sigma]$, $\tau < [\tau]$, $\delta_s < [\delta_s]$, $\delta_c < [\delta_c]$ $[\sigma], [\tau]$ —— 许用拉压应力、许用剪切应力, N/m^2 $[\delta_s], [\delta_c]$ —— 许用拉压变形、许用剪切变形, m																									
阻尼比	$\zeta = 0.025 \sim 0.075$	$\zeta = 0.075 \sim 0.15$	CR: $\zeta = 0.075 \sim 0.30$ JIR: $\zeta = 0.12 \sim 0.50$																							
	阻尼比随着硬度 H 的增加而增加， $H = 40$ 时取下限， $H = 70$ 时取上限																									

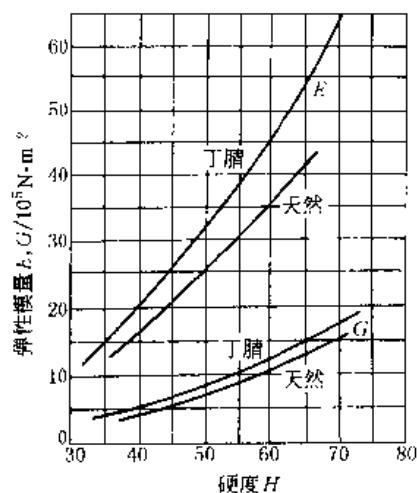


图 17-5-6 弹性模量与硬度的关系

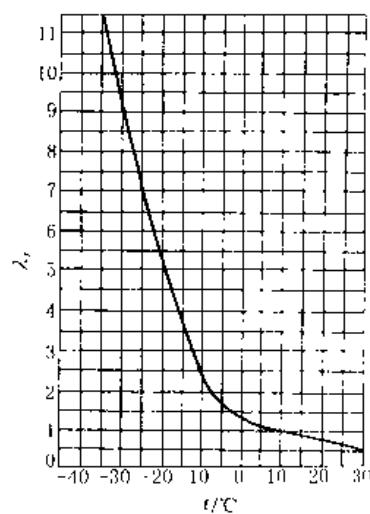


图 17-5-7 温度影响系数曲线

2.7.2 橡胶隔振器刚度计算

表 17-5-6

类别	简 图	刚 度	计算说明
圆柱形		$K_x = \frac{A_L m_x E}{H}$ $K_y = \frac{A_L m_y G}{H}$ $K_z = K_y$	$m_x = 1 + 1.65 n^2$ $m_y = \frac{1}{1 + 0.38 \left(\frac{H}{D} \right)^2}$ $n = \frac{A_1}{A_f} \quad A_1 = \frac{\pi D^2}{4} \quad A_f = \pi D H$ $\left(\text{一般 } \frac{1}{4} \leq \frac{H}{D} \leq 1 \right)$ <p>(静变形 $\delta_u = 0.15 \sim 0.25 H$)</p>
环柱形		$K_x = \frac{A_L m_x E}{H}$ $K_y = \frac{A_L m_y G}{H}$ $K_z = K_y$	$m_x = 1.2(1 + 1.65 n^2)$ $m_y = \frac{1}{1 + \frac{4}{9} \left(\frac{H}{D} \right)^2}$ $n = \frac{A_1}{A_f} \quad A_1 = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$ $A_f = \pi(D + d) H$
矩形		$K_x = \frac{A_L m_x E}{H}$ $K_y = \frac{A_L m_y G}{H}$ $K_z = \frac{A_L m_z G}{H}$	$m_x = 1 + 2.2 n^2$ $m_y = \frac{1}{1 + 0.29 \left(\frac{H}{L} \right)^2}$ $m_z = \frac{1}{1 + 0.29 \left(\frac{H}{B} \right)^2}$ $n = \frac{A_1}{A_f} \quad A_1 = LB$ $A_f = 2(L + B) H$
圆柱形		$K_x = \frac{\pi L}{\ln \frac{D}{d}} (mE + G)$ $K_y = \frac{2\pi L}{\ln \frac{D}{d}} G$ $K_z = K_y$	$m = 1 + 4.67 \frac{dL}{(d + L)(D - d)}$ <p>一般 $m = 2 \sim 5$</p> <p>(硬度高，尺寸大者取大值)</p>

续表

类别	简图	刚度	计算说明
圆筒形		$K_x = \frac{2\pi DL_B}{D+d} G \quad ①$ $K_y = \frac{4\pi L_B d^2}{D^2-d^2} G \quad ②$ $K_z = K_x = (2 \sim 6) K_x$	① $LR = \text{常数}$, 截面等强度设计, 适宜于承受轴向载荷 ② $LR^2 = \text{常数}$, 适宜承受扭转载荷, 此时剪切应力为常数
圆锥形		$K_x = \frac{\pi L (R_c - r_c)}{H} (Em \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta)$ $K_y = \frac{\pi (R - r) (Em \eta + G)}{\tan \theta \ln \left(1 + \frac{2S}{R+r} \right)}$ $K_z = L_y$	$E = 3G \quad m = 1 + 2.33 \frac{L}{H}$ $\eta = \frac{2(1 - \cos \zeta)}{\sin^2 \zeta \cos \zeta} \quad \frac{\delta_y}{S} = \sin \zeta$ $\delta_y = \frac{F_y}{K_y}$ (初估时可取 $\eta = 1$)
剪切型		$K_x = \frac{2\pi R_B H_B}{R_B - R_H} G \quad ①$ $K_z = \frac{2\pi H}{\ln \frac{R_H}{R_B}} G \quad ②$ $K_y = \frac{2\pi (R_B H_H - R_H H_B)}{(R_B - R_H) \ln \frac{R_B H_H}{R_H H_B}} G \quad ③$ $K_z = K_x = (2 \sim 6) K_x$	① $RH = \text{常数}$, 截面等强度 ② $H = \text{常数}$, 截面等高度 ③ $RH \neq \text{常数}, H \neq \text{常数}$, 截面不等, 高度不等
复合型		$K_x = 2K_p \left(\cos^2 \theta + \frac{1}{K} \sin^2 \theta \right)$ $K_y = 2K_p \left(\sin^2 \theta + \frac{1}{K} \cos^2 \theta \right)$ $K_z = 2K_q$	$K_p = \frac{A_L m_1}{H} E \quad K_q = \frac{A_L m_2}{H} G$ $K_r = \frac{A_L m_1}{H} G \quad m_1 = 1 + 2.2n^2$ $m_1 = \frac{1}{1 + 0.29 \left(\frac{H}{L} \right)^2} \quad m_2 = \frac{1}{1 + 0.29 \left(\frac{H}{B} \right)^2}$ $n = \frac{A_L}{A_t} \quad A_L = LB$ $A_t = 2(L+B)H \quad K = \frac{K_p}{K_r}$

注: 1. 静刚度设计中, 有三个独立尺寸, 可根据具体安装情况, 先假设两个尺寸, 求出第三个尺寸, 然后用设计准则进行验算, 若不满足设计准则, 应重新假定尺寸, 再进行计算, 直至满足设计准则中的条件为止。
2. 表中的 E 、 G 为橡胶材料的静态弹性模量, 可按表 17-5-5 给出的范围或图 17-5-6 选定, 计算所得刚度为静刚度, 乘以动静比 d 即为隔振器动刚度。
3. 表中计算的刚度为 15℃情况下的刚度, 当环境温度偏差大时, 应用温度影响系数修正。

2.7.3 橡胶隔振器设计要点

- (1) 应根据使用环境和条件, 选用合适的橡胶。
- (2) 注意橡胶与金属的粘接强度, 避免粘接面处的应力集中。
- (3) 对于剪切变形隔振器, 为了提高寿命, 通常在垂直剪切方向给予适当预压缩, 压缩方向刚度变硬, 剪切方向刚度变软。
- (4) 隔振器应避免长期在受拉状态下工作。
- (5) 由于有阻尼就要消耗能量, 这部分损失的能量转换成热能, 而橡胶是热的不良导体, 为防止温升过高影响橡胶隔振器性能, 第一, 橡胶隔振器不宜做得过大, 其次, 从结构上应采取易于散热的措施, 或选用生热较少的天然橡胶材料。正因橡胶隔振器能将部分能量转换成热能, 降低了振动能量, 达到减振目的, 所以, 常将橡胶隔振器称作减振器。

3 阻尼减振

现代工程结构大多为复杂的多自由度系统，一般的减振隔振技术很难满足控制振动的要求，还必须采用各种形式的阻尼，耗散振动的能量、达到减小振动的目的。常用的人工阻尼技术包括阻尼层结构、阻尼减振器，后者包括粘弹性阻尼减振器、干摩擦（库仑）阻尼减振器、流体阻尼减振器及其他减振器，有的已在表 17-5-4 示出。

3.1 阻尼层结构

采用粘弹性阻尼材料，例如高分子聚合物、混凝土、高速变形下的某些金属材料等，在结构表面直接喷涂一层或粘贴一层。在外面再覆盖一层约束层则可提高粘弹性材料的阻尼。图 17-5-8 为典型的附加阻尼形式。图 17-5-9 则为典型的多层薄板梁的阻尼结构的横截面。图 17-5-10 为典型的曲外体-嵌入体-粘弹性材料组成的梁的横断面。图 17-5-11 为国内外用于楼房、桥梁、结构物等的叠层橡胶支座，进行基础隔振。1997 年杭州和平小区一幢原设计的 6 层框架砖混结构楼房，在 68 根立柱上装了 68 只叠层橡胶减振器，可抗 7 级地震。图 17-5-12 为 1976 年中国唐山地震后，由无锡减振器厂研制的叠层橡胶支承减振器安装在高压开关绝缘柱的底部，使用至今在多次地震和余震中，均保证开关站完好无损。

粘弹性高阻尼材料见表 17-5-3 及表 17-5-7。

还可以根据需要设计成各种阻尼层结构，例如各种截面组合结构、蜂窝形板、壳结构等。

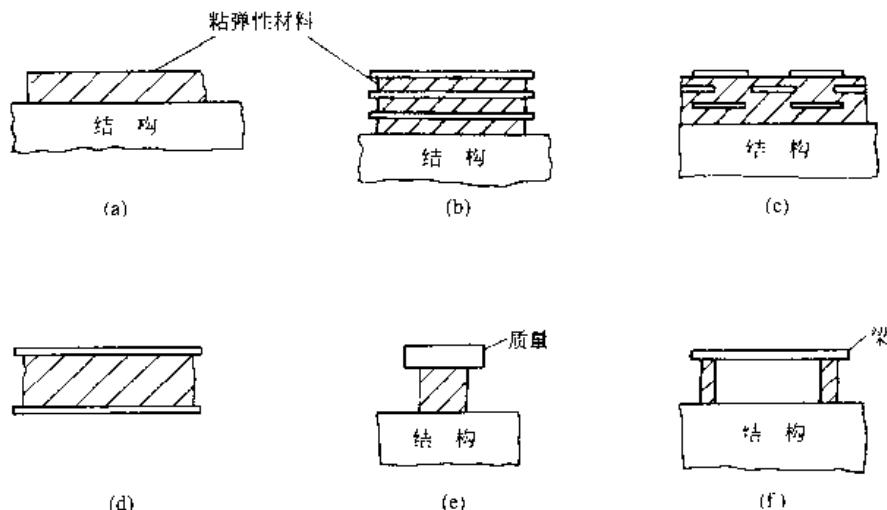


图 17-5-8 几种典型的附加阻尼

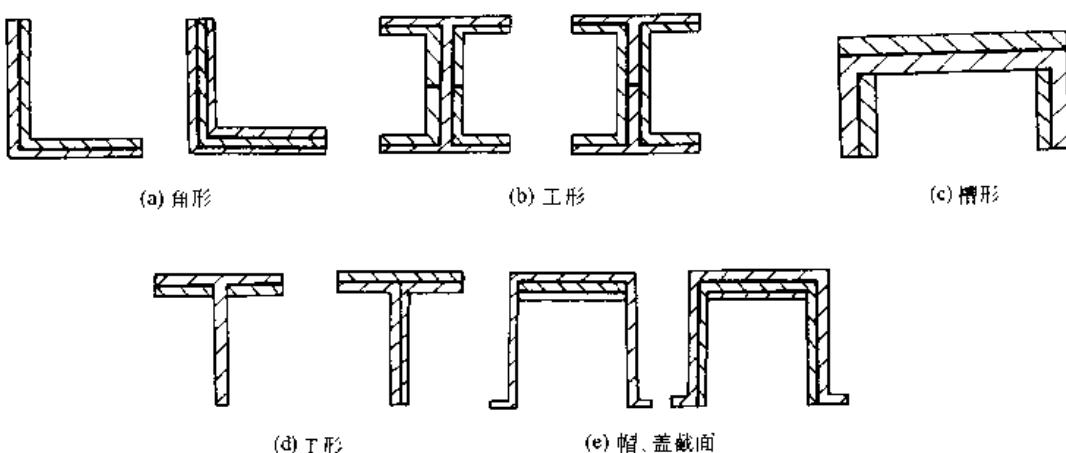


图 17-5-9 多层薄板梁的阻尼结构横截面

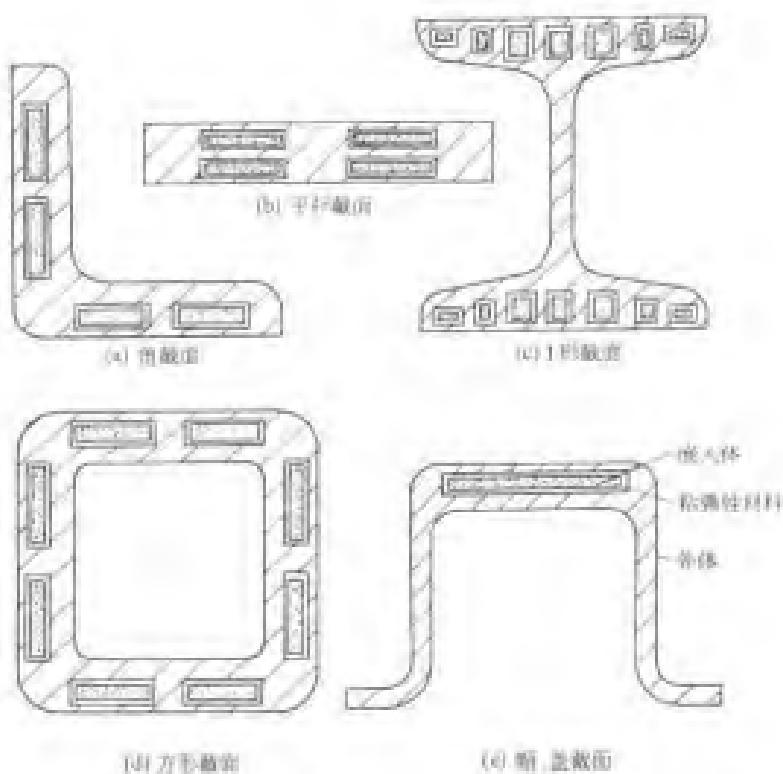


图 17-5-10 外体-模人体-粘弹性材料层的阻尼结构横截面

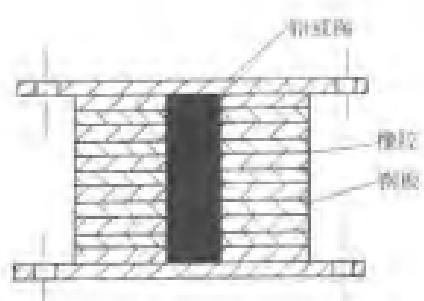


图 17-5-11 叠层橡胶支座

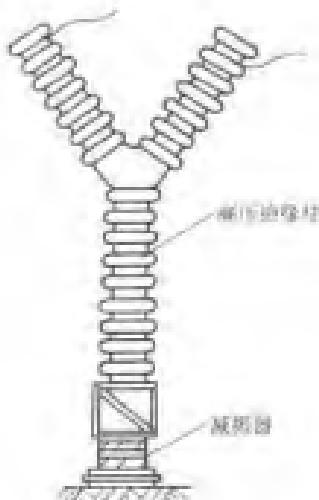


图 17-5-12 叠层橡胶减振器

表 17-5-7

系列	型 号	最大损耗因子 η_{max}	最大损耗因子 时的温度/℃	最大损耗因子 时剪切模量/ $N^2 \cdot m^{-1}$	建议使用频率 /Hz
31 系列	3101	0.45	20	1.4×10^9	100~5000
	3102	0.65	42	2×10^9	100~5000
	3103	0.92	60	6.5×10^9	100~5000
90 系列	9030	1.4	8	5.8×10^9	100~5000
	9050	1.5	10	6.5×10^9	100~5000
	9050A	1.3	32	7×10^9	100~5000

续表

系列	型号	最大损耗因子 η_{\max}	最大损耗因子 时的温度/℃	最大损耗因子 时剪切模量/N·m ⁻²	最佳使用频率 /Hz
ZN00	ZN01	1.6	10	2×10^7	
	ZN02	1.42	20	2×10^7	
	ZN03	1.42	30	1.5×10^7	
	ZN04	1.45	-10	2×10^7	
ZN10	ZN11	1.5	20	2.5×10^7	
	ZN12	1.1	10	5×10^8	
	ZN13	1.34	20	1.5×10^8	
	ZN14	1.0	100	4×10^7	
ZN20	ZN21	1.4	25	5×10^7	
ZN30	ZN31	1.2	100	7×10^7	
	ZN33	1.0	200	1×10^8	

注：1. 生产厂：无锡减振器厂，兰陵橡胶厂（常州市）。

2. 橡胶材料的复刚度 $K^* = K' + ih = K'(1 + i\eta)$ ， K' 为橡胶弹性元件的单向位移刚度（同相动刚度）， h 为反映橡胶材料阻尼特性的正交动刚度（即结构阻尼），损耗因子 $\eta = h/K'$ 。动刚度 K^* 同时代表了橡胶元件的动刚度和阻尼

3.2 线性阻尼隔振器

刚性连接的线性阻尼隔振器系统参数及设计已见表 17-5-1。本节简述弹性连接的线性阻尼隔振器的参数及设计。所谓弹性连接是指阻尼器通过弹簧连接于质体 m 和基础之间。

3.2.1 减振隔振器系统主要参数

表 17-5-8

隔振方式	系统简图	刚度比 s	阻尼比 ζ	频率比 Z	绝对传递系数 T_A	相对传递系数 T_R	运动响应系数 T_M
主动隔振		$\frac{K_1}{K}$	$\frac{C}{2\sqrt{mK}}$	$\frac{\omega}{\sqrt{\frac{K}{m}}}$	$\left \frac{F_m}{F_0} \right $	—	$\left \frac{B}{F_0} \right $
被动隔振		$\frac{K_1}{K}$	$\frac{C}{2\sqrt{mK}}$	$\frac{\omega}{\sqrt{\frac{K}{m}}}$	$\left \frac{B}{U} \right $	$\left \frac{\delta}{U} \right $	—
主动隔振		$\frac{K_2}{K_3}$	$\frac{C \left(\frac{s}{s+1} \right)}{2\sqrt{\frac{K_2 K_3 m}{K_2 + K_3}}}$	$\sqrt{\frac{\omega}{\frac{K_2 K_3}{(K_2 + K_3)m}}}$	$\left \frac{F_m}{F_0} \right $	—	$\left \frac{B}{F_0} \right $
被动隔振		$\frac{K_2}{K_3}$	$\frac{C \left(\frac{s}{s+1} \right)}{2\sqrt{\frac{K_2 K_3 m}{K_2 + K_3}}}$	$\sqrt{\frac{\omega}{\frac{K_2 K_3}{(K_2 + K_3)m}}}$	$\left \frac{B}{U} \right $	$\left \frac{\delta}{U} \right $	—

续表

隔振方式	系统简图	刚度比 S	阻尼比 ζ	频率比 Z	绝对传递系数 T_A	相对传递系数 T_R	运动响应系数 T_M
隔振考核指标计算式	绝对传递系数 T_A (隔振系数 η)				$T_A = \sqrt{\frac{1 + 4\left(\frac{S+1}{S}\right)^2 \zeta^2 Z^2}{(1-Z^2)^2 + \frac{4}{S^2} \zeta^2 Z^2 (S+1-Z^2)^2}}$		
	相对传递系数 T_R				$T_R = \sqrt{\frac{Z^2 + \frac{4}{S^2} \zeta^2 Z^2}{(1-Z^2)^2 + \frac{4}{S^2} \zeta^2 Z^2 (S+1-Z^2)^2}}$		
	运动响应系数 T_M				$T_M = \sqrt{\frac{1 + \frac{4}{S^2} \zeta^2 S^2}{(1-Z^2)^2 + \frac{4}{S^2} \zeta^2 Z^2 (S+1-Z^2)^2}}$		

注：符号意义： F —激振力， $F = F_0 \sin \omega t$ ，N； F_0 —激振力幅值，N； u —支承运动位移， $u = U \sin \omega t$ ；m； U —支承运动位移幅值，m； B —质量 m 的稳态运动位移幅值，m； δ —质量 m 和基础相对运动位移幅值，m； F_m —传给基础的动载荷幅值，N。

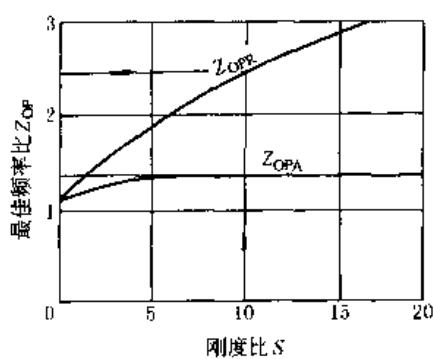
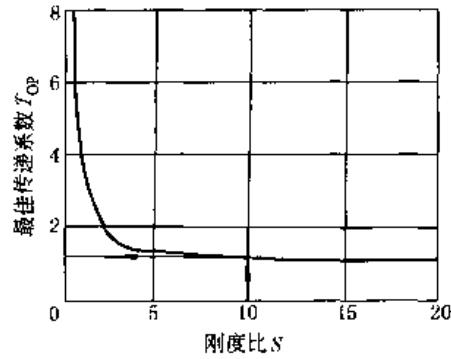
3.2.2 最佳参数选择

表 17-5-9

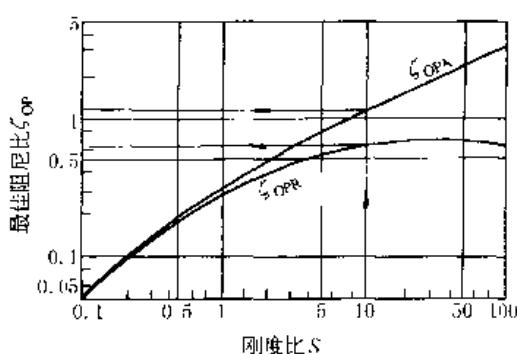
最佳参数	对应绝对传递系数 T_A	对应相对传递系数 T_R	说明
最佳频率比	$Z_{OPA} = \sqrt{\frac{2(S+1)}{S+2}}$	$Z_{OPR} = \sqrt{\frac{S+2}{2}}$	也可查阅图 17-5-13
最佳传递系数	$T_{OP} = T_{OPA} = 1 + \frac{2}{S} \approx T_{OPR}$		也可查阅图 17-5-14
最佳阻尼比	$\zeta_{OPA} = \frac{S}{4(S+1)} \sqrt{2(S+2)}$	$\zeta_{OPR} = \frac{S}{\sqrt{2(S+1)(S+2)}}$	也可查阅图 17-5-15

注：1. 本表按被动隔振给出各最佳参数，对主动隔振同样适用，只需将 KU 换为 F_0 。

2. 本表也适用于非线性系统，本表选择的参数均为等效线性参数。

图 17-5-13 Z_{OP} 与 S 的关系图 17-5-14 T_{OP} 与 S 的关系

弹性连接线性阻尼减振器的最佳参数均由刚度比 S 决定。例如： $S = 10$ 时，由图 17-5-13 查得 $Z_{OPA} = 1.35$ ， $Z_{OPR} = 2.45$ ；由图 17-5-14 查得 $T_{OP} = 1.2$ ；由图 17-5-15 查得 $\zeta_{OPA} = 1.1$ ， $\zeta_{OPR} = 0.62$ 。

图 17-5-15 ζ_{OP} 与 S 的关系

3.2.3 设计示例

某高速离心压气机，其质量为 1240kg，工作转速为 2800r/min，要求设计一弹性连接线性阻尼减振器，使共振时的最大绝对传递系数 $T_{A\max} < 3$ ，正常工作时的隔振系数 $\eta \leq 0.05$

(1) 确定刚度比 S

当 $T_{A\max} = 3$ 时，从图 17-5-14 查得对应的刚度比 $S = 1$ ；当 $T_{A\max} \leq 3$ 时，则 $S \geq 1$ ；为了安全起见，取 $S = 2$ 。

(2) 确定最佳阻尼比 ζ_{OPA}

当 $S = 2$ 时，从图 17-5-15 查得对应的最佳阻尼比 $\zeta_{OPA} = 0.47$ 。

(3) 确定系统的固有圆频率 ω_n

当 $S = 2$ ， $\zeta_{OPA} = 0.47$ ， $T_A = 0.05$ 时，从隔振系数

$$\eta = \sqrt{\frac{1 + 4\left(\frac{S+1}{S}\right)^2 \zeta_{OPA}^2 Z^2}{(1 - Z^2)^2 + \frac{4}{S^2} \zeta_{OPA}^2 Z^2 (S+1-Z^2)^2}}$$

中可以计算出对应的频率比 $Z = 8$ ；当 $\eta \leq 0.05$ 时， $Z = \frac{\omega}{\omega_n} \geq 8$ ；高速离心压气机的工作转速 $n = 2800\text{r}/\text{min}$ ， $\omega = 293.2\text{rad}/\text{s}$ ，所以，系统的固有圆频率 $\omega_n \leq \frac{\omega}{Z} = \frac{293.2}{8} = 36.65\text{rad}/\text{s}$ 。

(4) 主支承总刚度

$$K = m\omega_n^2 = 1240 \times 36.65^2 = 1.67 \times 10^6 \text{ N/m}$$

主支承弹簧选择四角均匀布置，每组选用 3 只弹簧，共用 12 只弹簧作为主支承弹簧，一只弹簧刚度

$$K' = \frac{K}{12} = \frac{1.67 \times 10^6}{12} = 1.39 \times 10^5 \text{ N/m}$$

(5) 主支承弹簧的静变量

$$\delta_s = \frac{mg}{K'} = \frac{1240 \times 9.8}{1.67 \times 10^6} = 0.0073 \text{ m}$$

选取 $\delta_s = 0.01\text{m}$ 。因选取 S 、 δ_s 值两次选大，该弹簧静变量肯定满足要求。主支承弹簧设计参数 K' 、 δ_s 确定后，则可进行弹簧设计。

(6) 阻尼器支承弹簧总刚度

$$K_1 = SK = 2 \times 1.67 \times 10^6 = 3.34 \times 10^6 \text{ N/m}$$

阻尼器支承弹簧采用和主支承弹簧相同的 24 只弹簧，沿圆周均匀布置，见图 17-5-16。

(7) 阻尼器总等效线性阻尼系数

$$C_e = \zeta_{OPA} C_n = 0.47 \times 90900 = 42720 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$$

式中 $C_n = 2m\omega_n = 2 \times 1240 \times 36.65 = 90900 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$

因该高速离心压气机工作频率高，采用速度平方阻尼器是很有效的，所以，求得的阻尼系数为等效线性阻尼系数，采用 4 只阻尼器，每只阻尼器的阻尼系数为：

$$C'_e = \frac{C_e}{4} = \frac{42720}{4} = 10680 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$$

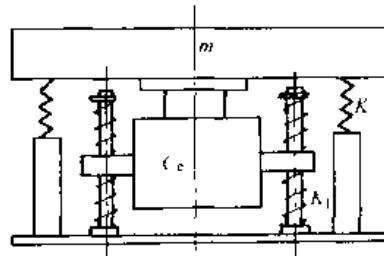


图 17-5-16 弹性连接线性阻尼结构布置简图

(8) 流体阻尼器的行程估计

因为传给基础的瞬时最大动载荷幅值 $F_{T\max} = T_{A\max} F_0 = KB_{\max}$ ；正常工作时传给基础的动载荷幅值 $F_m = T_A F_0 = KB$ ，当 $T_{A\max} = 3$ 时， $B_{\max} = \delta_s = 0.0073\text{m}$ ，所以，稳态振幅

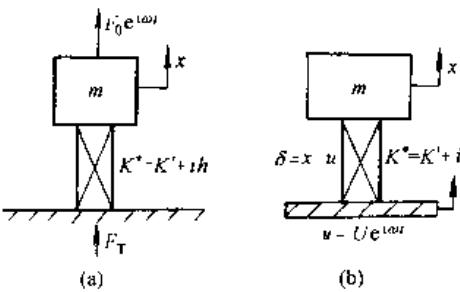
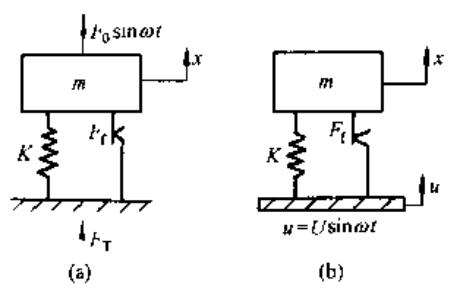
$$B = \frac{T_A}{T_{A\max}} B_{\max} = \frac{0.05}{3} \times 0.0073 = 1.22 \times 10^{-4} \text{ m}$$

阻尼器的正常工作行程为二倍稳态振幅，最大行程往往根据装配工艺要求确定。阻尼器设计可根据 C'_e 、 ω 、 B 进行。

3.3 非线性阻尼系统的隔振

3.3.1 刚性连接非线性阻尼系统隔振

表 17-5-10

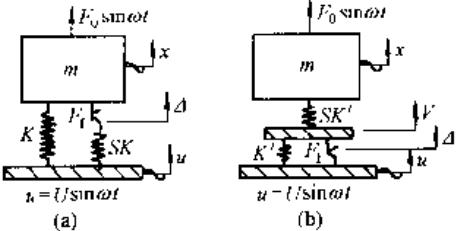
项 目	粘弹性阻尼系统	摩擦(库仑)阻尼系统
力学模型	 <p>(a) (b)</p> <p>K'——橡胶弹簧单向位移刚度 h——橡胶材料阻尼特性的正交动刚度, $h = K' \eta_1$ η_1——粘性材料的损耗因子, 一般橡胶 $\eta = 0.03 \sim 0.50$</p>	 <p>(a) (b)</p> <p>F_f——极限摩擦力, $F_f = \mu N$ η_1——摩擦阻尼参数 (a) $\eta_1 = \frac{F_f}{F_0}$ (b) $\eta_1 = \frac{F_f}{KU}$</p>
等效阻尼	等效线性阻尼系数 $C_e = \frac{K' \eta_1}{\omega}$	等效线性阻尼比 $\zeta_e = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\pi}\eta\right)^2 (1-Z^2)^2}{Z^2 \left[Z^4 - \left(\frac{4}{\pi}\eta\right)^2\right]}}$
传递系数	绝对传递系数 $T_A = \sqrt{\frac{1+\eta^2}{(1-Z^2)^2 + \eta^2}}$ 相对传递系数 $T_R = \frac{Z^2}{\sqrt{(1-Z^2)^2 + \eta^2}}$ 运动响应系数 $T_M = \frac{1}{\sqrt{(1-Z^2)^2 + \eta^2}}$	绝对传递系数 $T_A = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{4}{\pi}\eta\right)^2 \left(\frac{12}{Z^2}\right)}{(1-Z^2)^2}}$ 相对传递系数 $T_R = \sqrt{\frac{Z^4 - \left(\frac{4}{\pi}\eta\right)^2}{(1-Z^2)^2}}$ 运动响应系数 $T_M = \sqrt{\frac{Z^4 - \left(\frac{4}{\pi}\eta\right)^2}{Z^4(1-Z^2)^2}}$ 力传递系数 $(T_A)_F = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{4}{\pi}\eta_1\right)^2 Z^2(Z^2-2)}{(1-Z^2)^2}}$ η_1 ——力阻尼参数, $\eta_1 = \frac{F_f}{F_0}$
频率比 Z	$Z^2 = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} = \frac{m\omega^2}{K'}$	$Z^2 = \frac{\omega^2}{\omega_n^2} = \frac{m\omega^2}{K}$ 摩擦阻尼器松动频率比 近似值: $Z_L = \sqrt{\frac{4}{\pi}\eta_1} = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times \frac{F_f}{KU}}$ 精确值: $Z_L = \sqrt{\eta_1} = \sqrt{\frac{F_f}{KU}}$

续表

项 目	粘弹性阻尼系统	摩擦(库仑)阻尼系统
隔振特征	<p>(1) 当 $Z = 1$ (共振), $\eta_1 = 2\zeta \ll 1$ 时, $T_{Amax} = \frac{1}{\eta_1}$, 该值很大</p> <p>(2) 当 $Z \gg 1$ (远超共振), $\eta_1 \ll 1$ 时, 粘弹性阻尼系统与无阻尼系统的 η 之差为 $\sqrt{1 + \eta_1^2}$, 该值很小, 所以, 橡胶隔振器的内阻尼在越过共振区以后, 几乎不妨碍隔振效果</p> <p>(3) 通常增大 η_1 值会引起发热量的增加, 寿命缩短, 因此, 大损耗因子 ($\eta_1 > 0.5$) 的橡胶在隔振技术中的应用仍有困难</p>	<p>(1) 在“松动”刚开始的一段频率范围内, 振动的一个周期内仍然交替地出现“松动”和“锁住”运动, 所以, 这一频带对应的 T_A、T_R 近似性较差, 计算时应注意</p> <p>(2) 如果摩擦阻尼小于临界最小值, 即使系统有阻尼, 共振时的位移传递系数也能达到无穷大, 为避免共振时 T_A 达到无穷大, 给出了摩擦力最小条件和最佳条件</p> <p>$(F_f)_{min} = 0.79 KU$</p> <p>$(F_f)_{OP} = 1.57 KU$</p> <p>(3) 当激振频率较高时, T_A^{-1} 与 ω^2 成反比</p>

3.3.2 弹性连接干摩擦阻尼减振器动力参数设计

表 17-5-11

项 目	计 算 公 式	说 明
力学模型		系统频率比参看表 17-5-14
传递系数	$T_A = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{4}{\pi} \eta_1\right)^2 \left[\frac{S+2}{S} - 2\left(\frac{S-1}{S}\right) \right] / Z^2}{(1-Z^2)^2}}$ $T_R = \sqrt{\frac{Z^4 + \left(\frac{4}{\pi} \eta_1\right)^2 \left[\frac{2}{S} Z^2 - \left(\frac{S+2}{S}\right) \right]}{(1-Z^2)^2}}$ $T_M = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{4}{\pi} \eta_1\right)^2 \left[\frac{2Z^2}{S} - \frac{S+2}{S} \right] / Z^4}{(1-Z^2)^2}}$ $(T_A)_F = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{4}{\pi} \eta_1\right)^2 Z^2 \left[\frac{S+2}{S} Z^2 - 2\left(\frac{S-1}{S}\right) \right]}{(1-Z^2)^2}}$ $\eta_1 = \frac{F_f}{KU} \quad \eta_1' = \frac{F_f}{F_0}$ $(T_A)_F = \frac{F_{f0}}{F_0}$	<p>(1) 无阻尼 ($\eta_1 = 0$) 和无穷阻尼 ($\eta_1 = \infty$) 的情况下, 只有弹簧起作用</p> <p>(2) 低阻尼 (小于最佳阻尼) 时, 阻尼器松动频率也比较低, 当松动频率低于固有频率时, 即 $\eta_1 < \frac{\pi}{4}$, 共振 T_A 为无穷大</p> <p>(3) 松动和锁住频率比</p> $Z_1 = \sqrt{\frac{(4\eta_1/\pi)(S+1)}{(4\eta_1/\pi) \pm S}}$ <p>取 “+” 时为松动频率, 取 “-” 时为锁住频率, 当根号内出现负值时, 松动后不再锁住</p> <p>(4) 高频时, 加速度传递系数与频率平方成反比, 所以, 高频加速度传递系数相对较小</p>
最佳频率比	$Z_{OPA} = \sqrt{\frac{2 - (S+1)}{S+2}}$ $Z_{OPB} = \sqrt{\frac{S+2}{2}}$	也可查阅图 17-5-13
最佳传递系数	$T_{OP} = T_{OPA} = 1 + \frac{2}{S} \approx T_{OPB}$	也可查阅图 17-5-14
最佳阻尼参数	$\eta_{OPA} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{S+1}{S+2}}$ $\eta_{OPB} = \frac{\pi}{4} \sqrt{S+2}$	可通过计算或查图 17-5-17 确定 η_{OP} 和 F_f , 再依据 F_f 选择 μ 和 N

3.3.3 减振器设计

(1) 油压式减振器结构特征

简式油压减振器的典型结构如图 17-5-18 所示。值得注意的有两点：其一是该减振器采用了两个完全相同的单向阀 A、B 和一个带有阻尼孔 C 的压力阀；其二是油缸的内径与活塞杆的外径之比取为 $\sqrt{2}$ 。这样就可保证减振器在正反两方向行程相等、运动速度也相等的条件下，正反向运动流过阻尼孔 C 和 A、B 阀的油量相等，作用于活塞上的阻尼力相等。减振器具有稳定的阻尼特性。另外，单向阀、阻尼孔和油缸零件均采用分体式，便于制造、安装和调试。

(2) 阻尼力特性

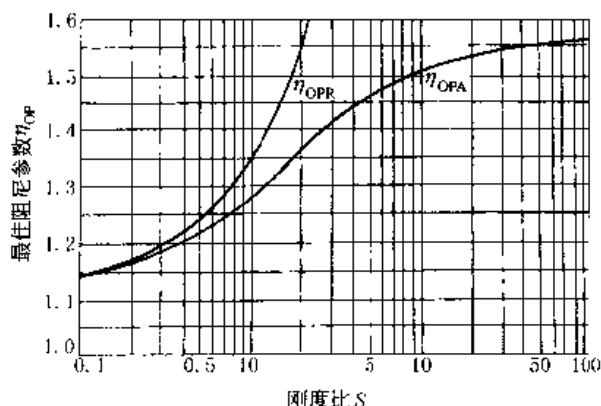


图 17-5-17 最佳阻尼参数
 η_{OPF} 与刚度比的关系

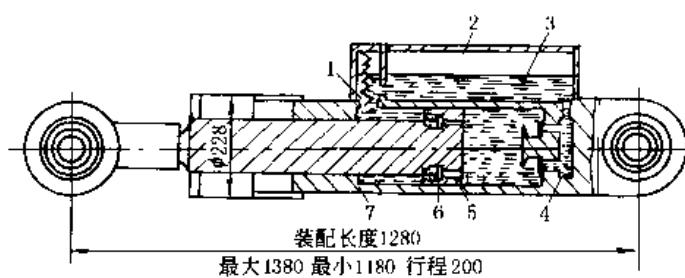


图 17-5-18 油压式减振器
1—阻尼孔 C；2—气室；3—油面；
4—阀 B；5—活塞；6—阀 A；7—油缸

表 17-5-12

项 目	定截面阻尼孔	圆锥阀阻尼孔	速度比例阀阻尼孔
结构简图			
压力差与活塞速度关系	$P = \frac{1}{2} \rho \frac{S^2 v^2}{(C_d a)^2}$ $N = C_d \pi d \sin \theta$	$P = \frac{1}{2} \rho \times \frac{S^2 v^2}{\left[N \left(\frac{1}{K} \rho \frac{\pi}{4} d^2 - h_0 \right) \right]^2}$ $N = C_d \pi d \sin \theta$	$P = \frac{1}{2} \rho \times \frac{S^2 v^2}{(C_d a)^2 \left(\frac{1}{K} \rho \frac{\pi}{4} d^2 - h_0 \right)^2}$ 阀的开程 h 与阀体切槽深度关系为抛物线，实际上呈圆弧，油通路面积 $a = \alpha \sqrt{h}$ ，则 $\alpha = \frac{a}{\sqrt{h}}$ ，式中 h 仅以数值代入开方
ρ —流体密度， kg/m^3 ； S —活塞面积， m^2 ； a —阻尼孔面积， m^2 ； v —活塞速度， m/s ； C_d —流量系数，取决于孔形状和雷诺数			
孔长较短 $C_d = 0.6$ 孔长径比为 3，流入侧边缘直角： $C_d = 0.8$ 圆弧： $C_d = 0.9$		带阀门的阻尼孔 $C_d = 0.6 \sim 0.7$ K —阀弹簧的弹簧刚度， N/m h_0 —阀弹簧的预压变形量， m 未注几何尺寸见简图	

续表

项 目	定截面阻尼孔	圆锥阀阻尼孔	速度比例阀阻尼孔
阻尼力速度特性	$F = pS = \frac{1}{2} \rho \frac{S^3}{(C_d a)^2} v^2$	当 $h_0 = 0$ 时 $F = \frac{S}{a} \left[\frac{\rho}{8\pi} \left(\frac{KS}{C_d \sin \theta} \right)^2 \right]^{1/3} v^{2/3}$	当 $h_0 = 0$ 时 $F = \sqrt{\frac{\rho}{2} \times \frac{4K}{\pi d^2} \times \frac{S^2}{C_d a} v}$
阻尼系数	$C_2 = \frac{1}{2} \rho \frac{S^3}{(C_d a)^2}$	$C_2 = \frac{S}{\pi d^2 / 4} \left[\frac{\rho}{8\pi} \left(\frac{KS}{C_d \sin \theta} \right)^2 \right]^{1/3}$	$C = \frac{S^2}{C_d a} \sqrt{\frac{2\rho K}{\pi d^2}}$
等效线性阻尼系数	$C_e = \frac{8}{3\pi} C_2 \omega B$ ω ——活塞振动频率, rad/s B ——活塞振动振幅, m		$C_e = C$
使用说明	图 17-5-18 阻尼孔 C 为定截面阻尼孔。阻尼系数计算公式中面积 $S = \pi D^2 / 8$, D 为油缸内径。另外阻尼力随 v^2 按正比增长, v 很大时, 受力很大, 阻尼器将受到强度上的限制。为控制内压, 阻尼孔 C 处装一限压阀	图 17-5-18 中的阀 A、B 可采用圆锥阀。当流体流过该类阀时, 产生的阻尼力很小, 因此, 圆锥阀都是像图 17-5-18 那样与定截面阻尼孔配用。圆锥阀的阻尼力可以忽略不计	图 17-5-18 中阀 A、B 也可采用速度比例阀, 它所产生的阻尼力是线性阻尼。当速度比例阀与阻尼孔 C 配合使用且流动速度 v 很高时, 速度平方阻尼起主要作用; v 较低时, 线性阻尼占主导地位, 是一种比较好的搭配

(3) 设计示例

3.2.3 节的减振隔振器动力参数设计示例, 确定等效线性阻尼 $C_e = 42720 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$ 、阻尼器的振动频率 $\omega = 293.2 \text{ rad/s}$ 、振幅 $B = 1.22 \times 10^{-4} \text{ m}$, 设计如图 17-5-18 所示的油阻尼器。

阀 A 和阀 B 采用圆锥阀阻尼孔, 阻尼孔 C 采用定面积阻尼孔。

阻尼系数

$$C_2 = \frac{3\pi C_e}{8\omega B} = \frac{3\pi \times 42720}{8 \times 293.2 \times 1.22 \times 10^{-4}} = 6.07 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$$

定截面阻尼孔 C 的直径选为 $d_1 = 0.002 \text{ m}$, 阻尼油选择为机油, 其密度 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, 阻尼孔长径比大于 3 且边缘为圆弧, 所以 $C_d = 0.9$, 活塞杆面积

$$S = \sqrt{\frac{2 C_d^2 a^2 C_2}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.9^2 \times (\pi \times 0.002^2 / 4)^2 \times 1.67 \times 10^6}{900}} = 0.325 \text{ m}^2$$

$$\text{活塞杆直径 } d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 0.325}{\pi}} = 0.143 \text{ m}$$

$$\text{油缸内径 } D = \sqrt{2}d = \sqrt{2} \times 0.143 = 0.203 \text{ m}$$

(4) 摩擦阻尼器结构特征

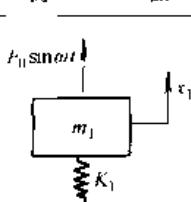
摩擦阻尼器结构特征, 一是选用合适的摩擦材料做摩擦片, 二是对摩擦片施加足够的摩擦力, 通常施加正压力方法有预压弹簧、气缸或油缸三种加压形式。

4 动力吸振器

4.1 动力吸振器设计

4.1.1 动力吸振器工作原理

表 17-5-13

项 目	简 图	说 明
使用条件		基本恒定的激振频率 ω 接近于主系统的固有频率 $\omega_n = \sqrt{K_1/m_1}$, 系统处于共振状态, 又无足够阻尼抑制振动, 振动比较强烈

续表

项 目	简 图	说 明
增设辅助弹簧质量系统		当 $\omega = \omega_n = \sqrt{K_1/m_1}$ 时，在主系统上再安装一个 m_2 和 K_2 的辅助系统，要求条件是 $\omega_{22} = \sqrt{K_2/m_2} = \omega_n$ ，把单自由度系统变为二自由度系统
二自由度系统的稳态响应		系统不可能无阻尼： $B_1 \approx 0$ $B_2 = \frac{1}{(1-Z^2)(1+S-Z^2)-S} \times \frac{F_0}{K_1}$ 主系统的强烈振动为辅助系统所吸收
系统的频率特性		$\frac{\omega_n^2}{\omega_{n2}^2} = \omega_n^2 \left[\left(1 + \frac{\mu}{2} \right) \mp \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \right]$ 给出 μ 值，就可找到系统的两个固有圆频率，从图中可以看出在 μ 不太大时，这两个固有圆频率之间的频带相当窄。从二自由度系统稳态响应图中主质量 m_1 的幅频响应曲线可以看出，无阻尼动力吸振器有效工作频带就更窄，因为在 ω_n 的左右不远处各有一个固有圆频率 ω_{n1} 和 ω_{n2} 。所以，使用不当时，很容易带来产生共振的弊端

注： ω_n —主系统的固有圆频率， $\omega_n^2 = K_1/m_1$ ，rad/s； ω_{22} —辅助系统的固有圆频率， $\omega_{22}^2 = K_2/m_2$ ，rad/s； ω_{n1} 、 ω_{n2} —二自由度系统的一、二阶固有圆频率，rad/s； μ —质量比， $\mu = m_2/m_1$ ； S —刚度比， $S = K_2/K_1$ ； Z —频率比， $Z = \omega/\omega_n$ ； F_0 —简谐激振力幅值，N。

4.1.2 动力吸振器的设计

表 17-5-14

项 目	设计原 则	说 明
设计已知条件	已知激振力幅值 F_0 、频率 ω 、主系统质量 m_1 和固有圆频率 ω_n	如果 ω 和 ω_n 未知，可通过测试直接获得。如果 F_0 未知，可通过主系统振幅测试，经换算得出
质量 m_2 的确定	通常根据新共振点频率比限定值（例如： $\frac{\omega_{n1}}{\omega_n} < 0.9$ ， $\frac{\omega_{n2}}{\omega_n} > 1.1$ ）按公式 $\left(\frac{\omega_{n1}}{\omega_n} \right)^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) - \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} < 0.9^2$ $\left(\frac{\omega_{n2}}{\omega_n} \right)^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) + \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} > 1.1^2$ 确定质量比 μ ，最终得到 $m_2 = \mu m_1$	根据给定新共振点频率比（或在新共振点频率没给定条件下，可自行选择频率比），可从表 17-5-13 中系统频率特性曲线图查出 μ

续表

项 目	设 计 原 则	说 明
弹簧 K_2 的参数确定	吸振器弹簧总刚度 $K_2 = m_2 \omega_n^2$ 并确定一只弹簧的刚度 K'_2 。弹簧的最大相对变形量 $\delta_{max} = B_1 + B_2 $ ，因 $ B_1 \approx 0$ ，所以， $\delta_{max} \geq B_{2max} = F_0 / K_2$ 于是可根据确定的 K'_2 和 δ_{max} 进行弹簧设计	在没有确切知道激振力幅值 F_0 的条件下，弹簧的最大相对变形量可以估计得稍偏高一点
系统调试设计	(1) 在 m_2 固定的条件下，采用如图 17-5-19 所示动力消振装置，凭借改变悬臂梁的悬臂长来调整 K_2 ，保证 $\omega_{22} = \omega_n$ 。 (2) 在 K_2 固定条件下，采用如图 17-5-20 所示动力消振装置，凭借改变 m_2 来保证 $\omega_{22} = \omega_n$ 。下面的大质量块是进行宏观调解的，上面的小质量块是进行微调的	动力吸振器是一种单频窄带吸振器， ω 偏离 ω_n 的程度、新共振点频带宽和弹簧的制造安装误差都影响动力吸振器的工作有效性，所以，调试设计应引起足够的重视。在 ω_n 未知的条件下，也可以通过逐渐试验的办法，寻找动力吸振器的最佳参数，这样虽具有盲目性，但对解决工程实际问题是重要的
动力吸振器与主系统的连接点选择	若主系统为多自由度系统，动力吸振器只要不附连在主系统的振动节点（振幅为零位置）上，总能在窄带范围内使连接点邻近区域的振动得到抑制。当动力吸振器附连在激振力作用点或欲抑制振动的振幅最大处，效果都很好	当机械设备和安装基础在激振力作用下产生共振，并采用动力吸振器控制主系统振动时，应注意动力吸振器的安装位置

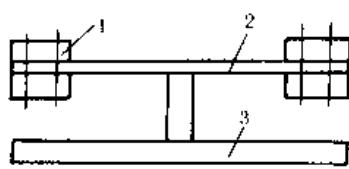


图 17-5-19 卧式动力吸振器

1—质量；2—板弹簧；3—底座

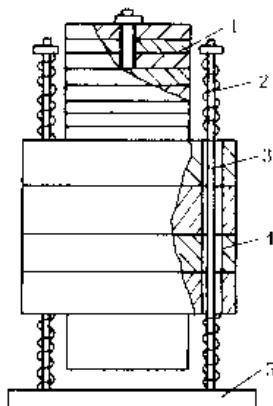


图 17-5-20 立式动力吸振器

1—调整质量；2—弹簧；3—拉杆；4—质量；5—底座

4.1.3 动力吸振器附连点设计

首先，为了方便调试，板弹簧设计长度应考虑可在 $\pm 15\%$ 的范围内调节；其次，如果动力吸振器附连在机械设备的机座下面，可直接将激振力的能量吸收，消减机械设备的振动，但有时机械设备上不具备这种附连条件，也可将动力吸振器分解为几个，放在机械设备周围的基础上，附连点应放在基础振动的最强烈部位，同样可以达到消减基础和机械设备振动的目的。

4.1.4 设计示例

某安装在厂房三楼的机械设备 $m_1 = 7830\text{kg}$ ，系统的固有圆频率 $\omega_n = 93.2\text{rad/s}$ ，激振力频率 $\omega = 93.2\text{rad/s}$ ，激振力幅值 $F_0 = 5200\text{N}$ 。设计一动力吸振器，要求新共振频率比 $\left(\frac{\omega_{n2}}{\omega_n}\right) < 0.9$ ， $\frac{\omega_{n2}}{\omega_n} > 1.1$ 。

(1) 确定吸振器的质量

$$\left(\frac{\omega_{n2}}{\omega_n}\right)^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) - \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} < 0.9 \quad \text{则: } \mu > 0.048$$

$$\left(\frac{\omega_{n2}}{\omega_n}\right)^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) + \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} > 1.1 \quad \text{则: } \mu > 0.04$$

选取 $\mu = 0.05$, 则

$$\frac{\omega_{n1}}{\omega_n} = \sqrt{\left(1 + \frac{0.05}{2}\right)} - \sqrt{0.05 + \frac{0.05^2}{4}} = 0.89 < 0.9$$

$$\frac{\omega_{n2}}{\omega_n} = \sqrt{\left(1 + \frac{0.05}{2}\right)} + \sqrt{0.05 + \frac{0.05^2}{4}} = 1.12 > 1.1$$

所以, 吸振器质量

$$m_2 = \mu m_1 = 0.05 \times 7830 = 392 \text{ kg}$$

采用图 17-5-19 形式的动力吸振器, 将质量均匀分成 6 块, 每块质量

$$m'_2 = \frac{m_2}{6} = \frac{392}{6} = 65.33 \text{ kg}$$

选取每块质量 $m'_2 = 65 \text{ kg}$, 总质量 $m_2 = 390 \text{ kg}$ 。

(2) 吸振器弹簧参数确定

吸振器弹簧刚度

$$K_2 = m_2 \omega_{22}^2 = m_2 \omega_n^2 = 390 \times 93.2^2 = 3.4 \times 10^6 \text{ N/m}$$

吸振弹簧采用 6 只矩形截面的悬臂梁形式的板弹簧, 一只弹簧的刚度

$$K'_2 = \frac{K_2}{6} = \frac{3.4 \times 10^6}{6} = 5.67 \times 10^5 \text{ N/m}$$

吸振器弹簧的最大相对变形量

$$\delta_{\max} = \frac{F_0}{K'_2} = \frac{5200}{3.4 \times 10^5} = 0.0015 \text{ m}$$

为安全起见, 选取 $\delta_{\max} = 0.002 \text{ m}$ 。于是吸振器弹簧可根据 K'_2 和 δ_{\max} 进行设计。

4.2 加阻尼的动力吸振器

4.2.1 设计思想

动力吸振器是一种单频窄带吸振器, 当激振力频率 ω 发生变化时, 动力吸振器就失去了作用, 但是, 若在辅助系统中再增加适当的阻尼 C_2 , 将动力吸振器变为如图 17-5-21 所示的减振吸振器, 其消减振动的性能得到了明显的改善。

辅助振动系统加上阻尼 C_2 时, 主系统振动的共振曲线如图 17-5-22 所示。其中, $Z = \omega/\omega_n$, $\omega_n = \sqrt{K_1/m_1}$, $\xi = \alpha/\omega_n$, $\alpha = C_2/C_o$, $C_o = 2\sqrt{m_2 K_2}$, $\mu = m_2/m_1$, $\omega_{22} = \sqrt{K_2/m_2}$, $S = \omega_{22}/\omega_n$ 。

图 17-5-22 表明: 当阻尼小时, 系统有两个共振点, 随着阻尼的增大, 共振振幅变小, 当阻尼超过某值时, 则共振点变成了一个, 且共振振幅随着阻尼的增加而增加。阻尼为 0 的共振曲线和阻尼为 ∞ 的共振曲线交点有两个, 分别为 P 点和 Q 点, 无论阻尼大小如何, 所有的共振曲线都通过这两点。 PQ 点理论还指出, (ω_{22}/ω_n) 越大, P 点的高度越大, 而 Q 点的高度就越小。

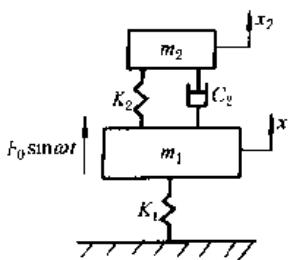


图 17-5-21 减振吸振器系统力学模型

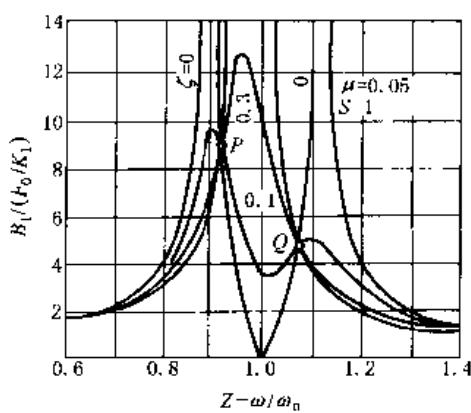


图 17-5-22 具有减振吸振器的主振动系统的位移共振曲线

为了提高减振吸振器消减振动的效果，减振吸振器的设计就是要尽可能降低 P 点和 Q 点的高度，并保证 P 点和 Q 点之间较宽的频带范围内的振幅稳定。要做到这两点，一是适当地选取 (ω_{22}/ω_n) 比值，使 P 点和 Q 点高度相等；二是适当地选取阻尼使 P 点和 Q 点高度最低，并在两点出现振幅最大值。选取最佳的 (ω_{22}/ω_n) 和 (μ/ω_n) 的共振曲线如图 17-5-23 所示。当减振吸振器选好了合适参数后，主系统的振幅就能得到相当好的控制，而且当主系统为单自由度系统时，减振吸振器的有效使用频带是不受限制的，因而减振吸振器属于宽带吸振器。减振吸振器按其谐振频率比 S 值，可分为最佳谐振 ($S = \frac{1}{1+\mu}$)、等频率谐振 ($S = 1$) 和兰契司特 ($S = 0$) 三类；按阻尼特性可分为粘性阻尼和库仑阻尼两类。最常用的依次是最佳谐振粘性阻尼减振吸振器、等频率谐振粘性阻尼减振吸振器、兰契司特粘性阻尼减振吸振器和兰契司特库仑阻尼减振吸振器四种。粘性阻尼兰契司特减振吸振器的主振系统的共振曲线如图 17-5-24 所示。

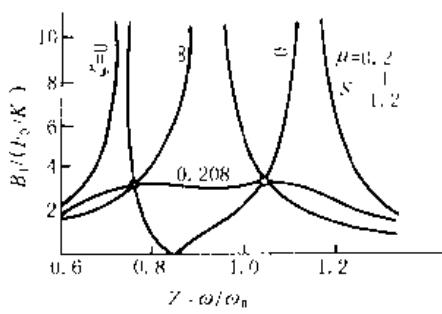


图 17-5-23 具有减振吸振器的主振动系统的最什共振曲线

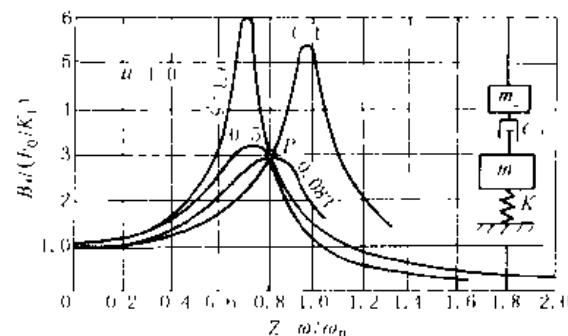


图 17-5-24 具有兰契司特减振吸振器的主振动系统的共振曲线

4.2.2 减振吸振器的最佳参数

表 17-5-15

项 目	最佳谐振粘性阻尼减振吸振器	等频率谐振粘性阻尼减振吸振器	兰契司特粘性阻尼减振吸振器
谐振频率比 $S = \omega_{22}/\omega_n$	$S = \frac{1}{1+\mu}$	$S = 1$	$S = 0$
阻尼比 $\zeta = C/C_0$	$\zeta^2 = \frac{3\mu}{8(1+\mu)^2}$	$\zeta^2 = \frac{\mu(\mu+3)[1+\sqrt{\mu}/(\mu+2)]}{8(1+\mu)}$	$\zeta^2 = \frac{1}{2(2+\mu)(1+\mu)}$
减振吸振系数 $T = B_1/(F_0/K_1)$	$T = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}}$	$T = \frac{1}{-\mu + (1+\mu)/\mu + (\mu+2)}$	$T = 1 + \frac{2}{\mu}$
最大相对位移比 $\Delta = \delta_{\max}/(F_0/K_1)$		$\Delta = \sqrt{\frac{B_1}{2\mu Z \zeta^2 (F_0/K_1)}}$	
兰契司特库仑阻尼减振吸振器		谐振频率比 $S = 0$	减振吸振系数 $T = \frac{\pi^2}{4\mu} = \frac{2.46}{\mu}$

注：各符号意义与 4.1 和 4.2.1 相同。

4.2.3 减振吸振器的设计步骤

(1) 质量比

根据已知的激振圆频率 ω 、主系统的固有圆频率 ω_n ，以及期望的两个新共振点 ω_{n1} 和 ω_{n2} 之间的频带宽，按照表 17-5-15 中系统频率特性公式或曲线图，求得相应的 μ 值，为避免减振吸振器其他参数超出允许限值，设计选取的 μ 值通常都大于计算值。

(2) 弹簧刚度

吸振器的弹簧刚度

$$K_2 = m_2 \omega_{22}^2 = m_2 S^2 \omega_n^2$$

式中 S ——调谐频率比 $(S = \frac{\omega_{22}}{\omega_n})$, 可按表 17-5-15 中的公式计算, 一般情况下多采用最佳调谐减振吸振器, $S = 1/(1 + \mu)$ 。

(3) 阻尼系数

不同形式的减振吸振器的阻尼比 ζ 可按表 17-5-15 公式算出, 或从图 17-5-25a 中查出。因阻尼比 $\zeta = C/C_c$, 临界阻尼系数 $C_c = 2\sqrt{m_2 K_2}$, $m_2 = \mu m_1$, 所以, 吸振器的粘性阻尼系数

$$C = \zeta C_c = 2\zeta \sqrt{\mu m_1 K_2}$$

对于兰契司特库仑阻尼减振吸振器的等效粘性阻尼比 ζ , 可参照兰契司特粘性阻尼减振吸振器的公式或曲线图确定。

(4) 主要考核指标的校核

不同形式减振吸振器的主要考核指标 T 可按表 17-5-15 公式算出, 或从图 17-5-25b 中查出。于是主质量的振动幅值

$$B_1 = T F_0 / K_1 < [B_1]$$

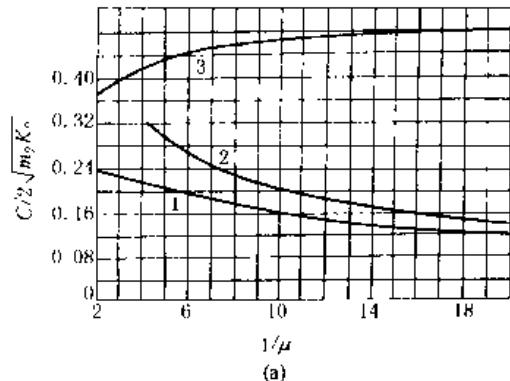
式中 $[B_1]$ ——主质量 m_1 的允许振动幅值, m 。

(5) 辅助考核指标的校核

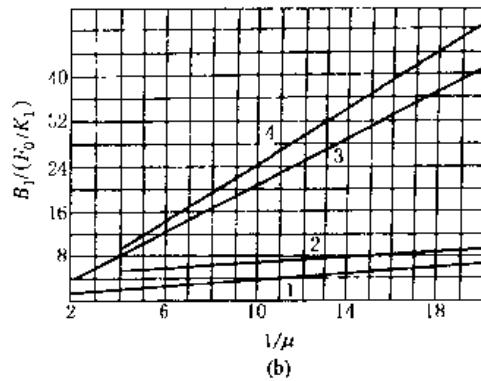
不同形式减振吸振器的辅助考核指标 Δ 可按表 17-5-15 公式算出, 或从图 17-5-25c 中查出。于是主质量 m_1 和吸振器质量 m_2 间的最大相对位移

$$\delta_{max} = \Delta F_0 / K_1 < [\delta]$$

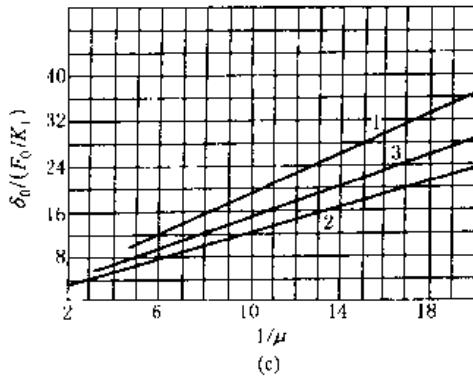
式中 $[\delta]$ ——主质量 m_1 和吸振器质量 m_2 间的允许相对位移, m 。



(a)



(b)



(c)

图 17-5-25 几种减振吸振器的设计参数图线

1—最佳调谐粘性阻尼减振吸振器; 2—单频率调谐粘性阻尼减振吸振器; 3—兰契司特粘性阻尼减振吸振器; 4—兰契司特库仑阻尼减振吸振器

(6) 吸振器质量 m_2

如果上述各设计参数均在允许范围内, 则表明最初确定的质量比 μ 是合适的。如果上述设计参数有一个参数不合适, 就要根据该参数超限量重新确定质量比 μ 值, 重新计算上述各参数, 按上述 (1) ~ (6) 的程序反复

进行，直至各参数均达到最佳为止。按最后确定的最佳质量比 μ_{OP} 确定的弹簧刚度 K_{OP} 和阻尼系数 C_{OP} ，是减振吸振器的最佳参数。吸振器的质量

$$m_2 = \mu_{OP} m_1$$

(7) 吸振器弹簧设计

根据最佳刚度系数 K_{OP} 确定一只弹簧的刚度 K_{OP} ，再根据最大相对位移 δ_{max} 确定弹簧的各变形量，参照第 2 卷第 11 篇“设计弹簧”。

(8) 阻尼器的设计

根据最佳阻尼系数 C_{OP} （等效线性阻尼系数）确定一只阻尼器的最佳阻尼系数 C'_{OP} ，再根据最大相对位移 δ_{max} 确定阻尼器的工作行程，参照 3.3.3 节进行阻尼器设计。

4.3 二次减振隔振器设计

4.3.1 设计思想

PQ 点理论指出：做为二次减振隔振器的二自由度系统与动力吸振器系统一样，在激振力 $F_0 \sin \omega t$ 作用于主质量的情况下，同样的存在着 P 、 Q 两个定点，因而它们的设计基本思想也是一样的，即尽可能地降低 PQ 点的高度，同时又使 P 、 Q 点高度相等，并在 P 、 Q 点或其附近出现最大振幅。与设计动力吸振器所不同的是主系统的频率比 ($Z = \omega / \omega_n$) 通常都在 $3 \sim 5$ 范围内，因而在选取弹簧刚度比时，与动力吸振器谐振频率比有所不同。根据这一基本设计思想，对二次减振隔振器系统进行理论分析，可以得出类似于表 17-5-15 各参数间的关系式，为了方便设计，直接将这些参数关系绘制成无量纲参数关系曲线图。

4.3.2 二次减振隔振器动力参数设计

(1) 设计的已知条件

二次减振隔振器动力参数的设计是在一次隔振设计基础上进行的，因此，主质量 m_1 、主刚度 K_1 、激振圆频率 ω 和支承运动位移幅值 U （或主动隔振激振力幅值 F_0 和一次隔振弹簧刚度 K_1 之比）都是二次减振隔振器的已知参数。

(2) 阻尼器与主质量组合的减振隔振器设计

该二次减振隔振器系统的力学模型及其参数设计曲线如图 17-5-26 所示。

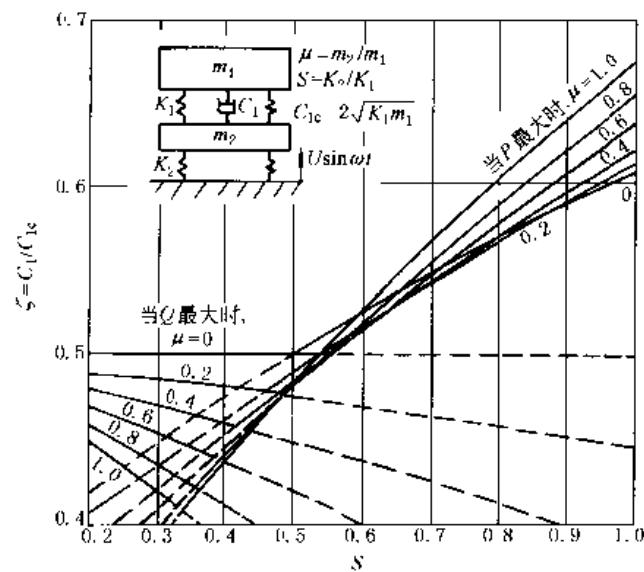


图 17-5-26 阻尼器与主质量组合减振隔振器的设计曲线

m_1 、 m_2 —分别为机械设备和二次隔振架的质量，kg；
 K_1 、 K_2 —分别为一次隔振弹簧和二次隔振弹簧总刚度，N/m；
 C_1 —阻尼器的粘性阻尼系数，N·s/m； $\mu = m_2/m_1$ ； $S = K_2/K_1$ ；

$$C_{1c} = 2 \sqrt{m_1 K_1}$$

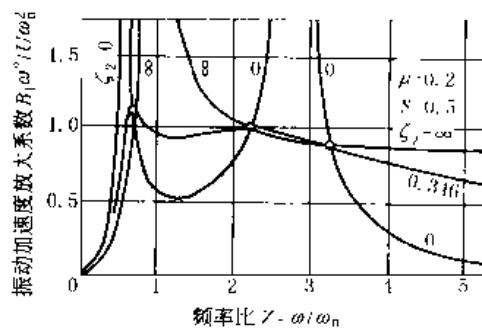


图 17-5-27 最佳系统的共振曲线

使用图 17-5-26 进行设计时，在给定 μ 和 S 值的条件下，从 μ 的实线部分和 S 线交点所确定的 ξ 再求出 C_1

值，满足其相应的定点（P 或 Q）出现最大值条件；在只给出 μ 值的条件下，对应此 μ 值两条曲线的交点的 S 值和 ζ 值，即能使 P、Q 点高度相等，又能使 P、Q 点都出现振幅最大值。设计时通常选用二次隔振器的质量比做为二次减振隔振器的质量比（即 μ 值给定），如果再选用二次隔振器的刚度比做为二次减振隔振器的刚度比（即 S 值也给定），得出的阻尼 C_1 满足使 P 点和 Q 点出现最大值条件，在 μ 和 S 值同时给定条件下，具有最佳阻尼参数值的共振曲线的例子如图 17-5-27 所示（虽然 P 点和 Q 点的最大值不相等，但在很宽的频带范围内是相当平坦的）。

(3) 阻尼器与二次隔振架组合的减振隔振器设计

该二次减振隔振器的力学模型及其参数设计曲线如图 17-5-28 所示。图中参数除 C_2 为阻尼器阻尼系数（N·s/m）， $\xi = C_2/m_2$ ， $C_{2c} = 2\sqrt{K_2 m_1}$ 外，其他参数同前，设计方法也同前。

(4) 库仑阻尼器与主质量组合的减振隔振器设计

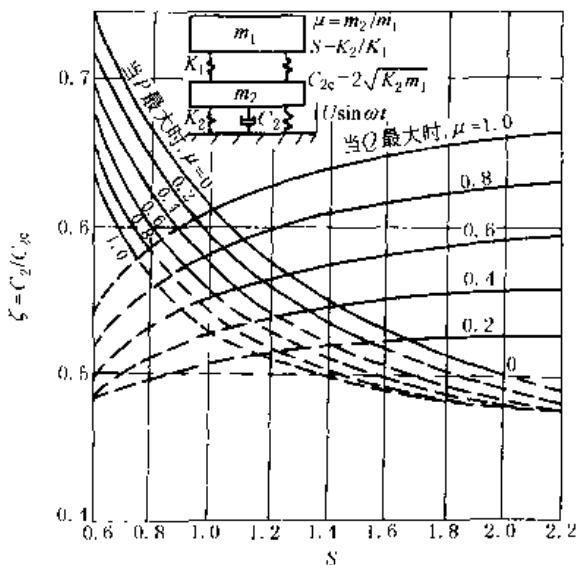


图 17-5-28 阻尼器与二次隔振架组合减振隔振器的设计曲线

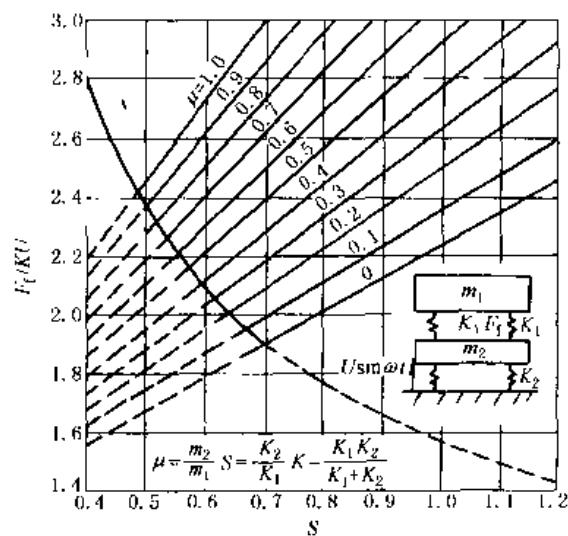


图 17-5-29 库仑阻尼与主质量组合的减振隔振器的设计曲线

该二次减振隔振器系统的力学模型及其参数设计曲线如图 17-5-29 所示。除阻尼为库仑阻尼外，其他参数同前，设计方法也同前。图 17-5-30 所示的是两种阻尼器隔振效果的比较

(5) 二次减振隔振器的参数校核

根据设计的已知条件和通过上述设计确定的 μ 、S、 ξ ，求得相应的 m_2 、 K_2 、 C_1 或 C_2 。在二自由度系统参数全部已知的条件下，根据表 17-3-7 中 1 和 3 的公式计算出稳态振幅 B_1 、 B_2 和相位差角 ϕ_1 、 ϕ_2 。即可校核主动隔振的 B_{1max} 、 δ_{1max} 、 B_{2max} 、 F_{T2} ，被动隔振的 δ_{max} 、 δ_{1max} 、 δ_{2max} 、 B_1 各参数。再其次就是根据确定的弹簧原始设计参数设计弹簧，根据确定的阻尼器原始设计参数设计阻尼器。

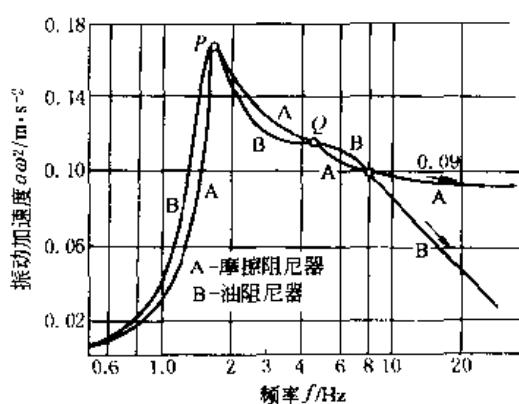


图 17-5-30 摩擦阻尼器与油阻尼器系统的特性比较

5 缓冲器设计

5.1 设计思想

由于缓冲系统所受的激励是冲击，而隔振系统所受的激励是简谐激励，所以缓冲问题同隔振问题又有根本的区别。后者主要处理的是稳态振动，振幅较小；前者主要处理的是瞬态振动，由于振幅较大，非线性问题有时就

必须加以考虑。隔振器的设计，主要是寻求激振圆频率和系统固有圆频率间的关系，使传递系数控制在允许的范围内。缓冲的主要问题是要求所设计的缓冲器能够储存冲击作用的能量，冲击结束后将此能量以系统作衰减自由振动的形式释放出来，故缓冲器实际上是一个储能装置，使冲击波以较缓和的形式作用于基础或设备。

5.1.1 冲击传递系数

缓冲问题也就是冲击隔离问题。因此，像隔振问题一样，可将缓冲问题分为主动（积极）缓冲和被动（消极）缓冲两类。缓冲系统的力学模型见图 17-5-31，在忽略阻尼和非线性影响以及冲击作用时间的条件下，可以得到两个数学意义相同的运动方程：

主动缓冲时

$$\begin{cases} m\ddot{x} + Kx = F(t) \\ F(t) = \begin{cases} F_m & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases} \end{cases}$$

$$\tau = \frac{1}{F_m} \int_0^{\tau} F(t) dt$$

式中 F_m ——冲击力最大值。

被动缓冲时

$$\begin{cases} m\ddot{\delta} + K\delta = -m\ddot{u}(t) \\ \ddot{u}(t) = \begin{cases} \ddot{U}_m & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases} \end{cases}$$

$$\tau = \frac{1}{\ddot{U}_m} \int_0^{\tau} \ddot{u}(t) dt, \quad \delta = x - u$$

式中 \ddot{U}_m ——基础加速度脉冲最大值。

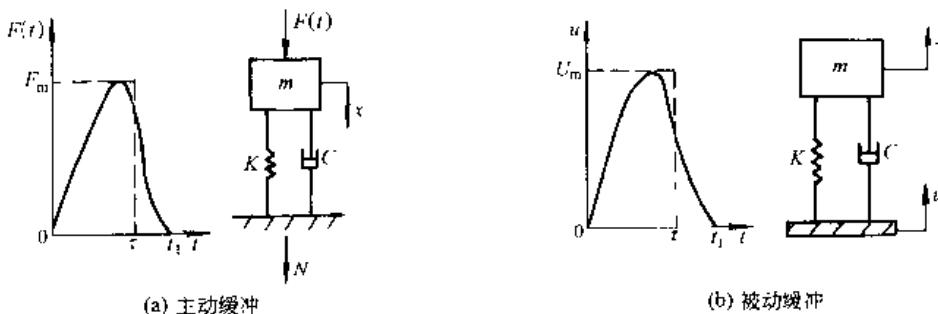


图 17-5-31 缓冲系统力学模型

评价缓冲器品质的重要指标是冲击传递系数。被缓冲器保护的基础或机械设备所受的最大冲击力为 N_m ，无缓冲器时基础或机械设备所受的最大冲击力为 $N_{m\infty}$ ，则冲击传递系数：

$$\text{主动缓冲时 } T_s = \frac{N_m}{N_{m\infty}} = \frac{N_m}{F_m}$$

$$\text{被动缓冲时 } T_s = \frac{N_m}{N_{m\infty}} = \frac{m\ddot{x}_m}{m\ddot{U}_m} = \frac{\ddot{x}_m}{\ddot{U}_m}$$

从力学模型、运动微分方程和传递系数上看，缓冲和隔振非常相似。因此，缓冲问题也会像隔振问题一样，从被动缓冲模型动力分析中所得出的结论会完全适用于主动缓冲。

5.1.2 速度阶跃激励

当冲击力作用的时间 τ 远小于缓冲系统固有周期 T （一般 $\tau < 0.3T$ ）时，根据冲量定理，该力的冲击与此力的冲量所产生的速度阶跃相同。同理，当加速度脉冲的持续时间 τ 远小于缓冲系统固有周期 T 时，也可将加速度脉冲近似地作为速度阶跃冲击。于是系统的运动方程和初始条件为：

$$\begin{cases} m\ddot{x} + F(\dot{\delta}, \ddot{\delta}) = 0 \\ \dot{\delta}(0) = 0, \ddot{\delta}(0) = \ddot{U}_m \end{cases}$$

式中 $F(\dot{\delta}, \ddot{\delta})$ ——缓冲器的恢复力和阻尼力函数。

由于缓冲器的固有圆频率一般都比较低，即固有周期 T 比较长，所以冲击作用时间一般要比 T 小得多，采用速度阶跃理想模型所得到的结果具有较好的准确性。

5.1.3 缓冲弹簧的储能特性

表 17-5-16

类型	线性弹簧	非线性弹簧	
		硬特性弹簧	软特性弹簧
特性曲线	$F_s(\delta) = K\delta$	$F_s(\delta) = \frac{2Kd}{\pi} \tan \frac{\pi\delta}{2d}$	$F_s(\delta) = Kd_1 \tanh \frac{\delta}{d_1}$
储能特性	当 $\delta = \delta_m$ 时 $\int_0^{\delta_m} F_s(\delta) d\delta = \frac{1}{2} m U_m^2$ δ_m ——最大相对位移		
各参数间的关系	$\ddot{X}_m = \omega_n^2 \delta_m$ $\ddot{X}_m = \omega_n^2 U_m$ $U_m = \omega_n \delta_m$	$\ddot{X}_m = \frac{2}{\omega_n^2 d} \tan \frac{\pi \delta_m}{2d}$ $\frac{X_m \delta_m}{U_m^2} = \frac{\pi \delta_m \tan \frac{\pi \delta_m}{2d}}{4 \ln \left(\sec \frac{\pi \delta_m}{2d} \right)}$ $\frac{U_m^2}{\omega_n^2 d^2} = \frac{8}{\pi^2} \ln \left(\sec \frac{\pi \delta_m}{2d} \right)$ $\left(\frac{\ddot{X}_m \delta_m}{U_m^2} \right), \left(\frac{U_m}{\omega_n d} \right)$ 与 $\frac{\delta_m}{d}$ 的关系 曲线见图 17-5-32	$\frac{\ddot{X}_m}{\omega_n^2 d_1} = \tanh \frac{\delta_m}{d_1}$ $\frac{X_m \delta_m}{U_m} = \frac{\delta_m \tanh \frac{\delta_m}{d_1}}{\ln \left(\tanh^2 \frac{\delta_m}{d_1} \right)}$ $\frac{U_m^2}{\omega_n^2 d_1^2} = \ln \left(\tanh^2 \frac{\delta_m}{d_1} \right)$ $\left(\frac{\ddot{X}_m \delta_m}{U_m^2} \right), \left(\frac{U_m}{\omega_n d_1} \right)$ 与 $\frac{\delta_m}{d_1}$ 的关系 曲线见图 17-5-33
说明	$\omega_n = \sqrt{K/m}$ 当 U_m 确定时， \ddot{X}_m 与 ω_n 成正比，而 δ_m 与 ω_n 成反比，两者是相互制约的	K 为曲线的初始斜率，即 δ 很小时的弹簧刚度。 $\delta = d$ 为曲线的渐近线。 ω_n 为 δ 很小时的固有圆频率	K 和 ω_n 的意义同左。 d_1 由图表示， Kd_1 为曲线的渐近线
能量吸收率	$\eta = \frac{\ddot{X}_m \delta_m}{U_m^2} = 1$ ，能量吸收率为 50% $\ddot{X}_m \delta_m$ ——弹簧中可能储存的最大能量 U_m^2 ——弹簧中实际储存能量的二倍	$\eta > 1$ ，能量吸收率小于 50%，缓冲效果差，抗超载能力强	$\eta < 1$ ，能量吸收率大于 50%，缓冲效果较好，但最大量 δ_m 较大，小冲击能引起较大的 \ddot{X}_m
典型弹簧	金属螺旋弹簧	泡沫塑料或橡胶弹簧	垂直方向预压缩的橡胶剪切弹簧或空气弹簧

5.1.4 阻尼参数选择

理论分析结果表明：

- (1) 当 $\zeta = C/2 \sqrt{mK} < 0.5$ 时， $\frac{\ddot{X}_m}{\omega_n U_m} < 1$ ，从表 17-5-16 查得线性弹簧无阻尼时的最大加速度 $\ddot{X}_m = \omega_n U_m$ ， $\frac{\ddot{X}_m}{\omega_n U_m} = 1$ ，说明阻尼的存在使最大加速度减小，改善了缓冲效果， $\zeta > 0.5$ 则相反；
- (2) 当 $\omega_n U_m$ 确定时， \ddot{X}_m 在 $\zeta = 0.265$ 时取最小值， $\left(\frac{\ddot{X}_m}{\omega_n U_m} \right)_{\min} = 0.81$ ，所以， $\zeta = 0.265$ 为弹簧刚度固定时的最佳阻尼比；

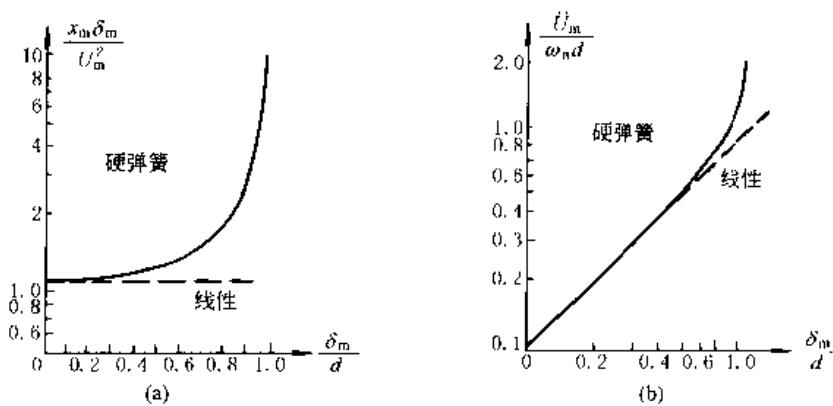


图 17-5-32 硬特性弹簧 $\frac{\ddot{X}_m \delta_m}{U_m^2}$ 、 $\frac{\dot{U}_m}{\omega_n d}$ 与 $\frac{\delta_m}{d}$ 关系曲线

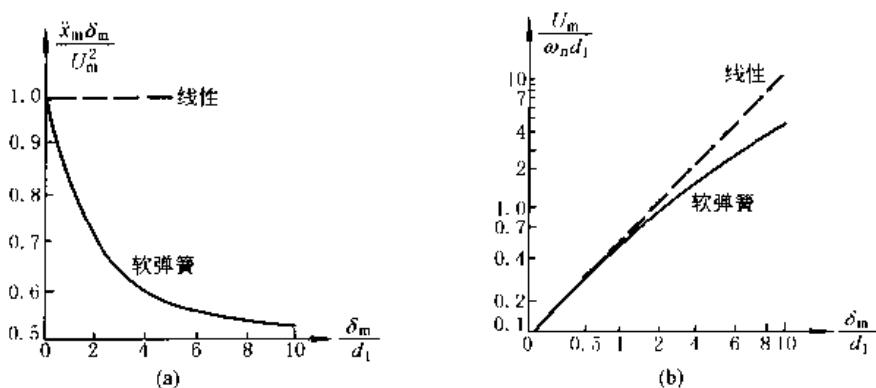


图 17-5-33 软特性弹簧 $\frac{\ddot{X}_m \delta_m}{U_m^2}$ 、 $\frac{\dot{U}_m}{\omega_n d_1}$ 与 $\frac{\delta_m}{d_1}$ 关系曲线

(3) 当 \dot{U}_m 、 δ_m 确定时， \ddot{X}_m 在 $\zeta = 0.404$ 处取最小值， $\left(\frac{\ddot{X}_m}{\omega_n U_m}\right)_{\min} = 0.52$ ，所以， $\zeta = 0.404$ 为弹簧的最大变形量固定时的最佳阻尼。

5.2 一次缓冲器设计

5.2.1 设计要求

主动缓冲：在已知机械设备质量 m 、最大冲击力 F_m 和作用时间 τ （已知 $\dot{U}_m = F_m \tau / m$ ）的条件下，要求通过缓冲器传给基础的最大冲击力 N_m 、作用基础的最大冲量和缓冲器的最大变形量 δ_m 小于许用值。

被动缓冲：在已知机械设备质量 m 、最大冲击加速度 \ddot{U}_m 和持续时间 τ （已知 $\dot{U}_m = \ddot{U}_m \tau$ ）的条件下，要求通过缓冲器传递到机械设备最大冲击加速度 \ddot{X}_m 、最大冲量和缓冲器的最大变形量 δ_m 小于许用值。

5.2.2 一次缓冲器动力参数设计

如果再知道最大允许加速度 \ddot{X}_s 和最大允许变形 δ_s ，可求缓冲弹簧的参数（线性弹簧 K ；硬特性弹簧 K 、 d ；软特性弹簧 K 、 d_1 ）。

线性弹簧：由 $\ddot{X}_m = \omega_n U_m \leq \ddot{X}_s$ ，求出 ω_n 的最大允许值，再由 $\delta_m = \frac{\dot{U}_m}{\omega_n} \leq \delta_s$ ，求出 ω_n 的最小允许值，然后再在 ω_n 的最大允许值和最小允许值之间找到合适的值。由 ω_n 值求 K 值。

硬特性弹簧：由 $\frac{\ddot{X}_m \delta_m}{U_m^2}$ 值在图 17-5-32a 的曲线上查得 $\frac{\delta_m}{d}$ 值，再在图 17-5-32b 中查得 ω_n 值，由 ω_n 值求 K 值。

软特性弹簧：根据 $\frac{\ddot{X}_m \delta_m}{U_m^2}$ 值在图 17-5-33a 的曲线上查得 $\frac{\delta_m}{d_1}$ 值，再在图 17-5-33b 中查得 ω_n 值，由 ω_n 值求

K 值。

线性弹簧粘性阻尼可依照 5.1.5 节的方法，在弹簧刚度固定时，选取 $\zeta = 0.265$ ，在最大变形固定条件下选 $\zeta = 0.404$ 。阻尼 ζ 稍有变化对冲击传递系数影响不是很显著，但对限制最大变形量 δ_m 是很有益的。

5.2.3 加速度脉冲激励波形影响提示

当加速度脉冲 \ddot{U}_m 的持续时间（或冲击力作用时间） $\tau > 0.3T$ 时，再用速度阶跃激励则过于保守，甚至会得出完全错误的结果，需参考有关文献，考虑加速度脉冲形状对缓冲的影响。

5.3 二次缓冲器的设计

表 17-5-17

项 目	基础运动冲击	外 力 冲 击
力学模型及运动方程（暂忽略阻尼）	$\begin{aligned} \delta_1 &= x_1 - x_2 \\ \delta_2 &= x_2 - \mu \\ \mu &= m_2/m_1 \\ S &= \omega_2/\omega_1 \\ \omega_1 &= \sqrt{K_1/m_1} \\ \omega_2 &= \sqrt{K_2/m_2} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \ddot{\delta}_1 + \omega_1^2 \delta_1 &= -\ddot{\delta}_2 \\ \ddot{\delta}_2 + \omega_2^2 \delta_2 &= \mu \omega_1^2 \delta_1 \\ \dot{\delta}_{1(0)} &= \dot{\delta}_{2(0)} = 0 \\ \delta_{1(0)} &= \dot{\delta}_{2(0)} = 0 \\ \delta_{1(0)} &= \dot{U}_m = I/m_1 \\ I &= \int_0^\tau F(t) dt \end{aligned}$
防冲效应	$\begin{aligned} x_{1m} &= \frac{\dot{U}_m \omega_1}{\sqrt{(S-1)^2 + \mu S^2}} \\ \delta_{2m} &= \frac{\dot{U}_m [1 + S(1+\mu)]}{\omega_2 \sqrt{(1+S)^2 + \mu S^2}} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \delta_{1m} &= \frac{I}{m_1 \omega_1 \sqrt{1 + \mu / (1 + S)^2}} \\ N_m &= \frac{I \omega_1}{\sqrt{(1-S)^2 + \mu S^2}} \end{aligned}$
参数设计	(1) 给定 m_1 、 K_1 （一次缓冲器设计确定），减小 K_2 时，能使 x_{1m} 和 N_m 下降，提高缓冲能力 (2) 给定 m_1 、 K_1 、 K_2 ，增加 m_2 (μ 随着增加) 时，使 x_{1m} 和 N_m 下降。由于 μ 增加，则 S 下降，所以 x_{1m} 和 N_m 又上升。其综合效果 x_{1m} 和 N_m 是下降的，提高了缓冲能力，但第二级弹簧变形量增加	
阻尼比	$\zeta_1 = \zeta_2 = 0.05$	

第6章 机械振动的利用

1 概述

本章主要介绍利用振动能有效地完成某些工艺过程的设备（见表 17-6-1），不包括振动试验装置。这些设备通常由工作机体（包括平衡机体）、弹簧（包括主振弹簧和隔振弹簧）和激振器组成。由于振动机械具有结构简单、制造容易、重量轻、成本低、能耗少和安装维修方便等一系列优点，所以，振动机械在很多工业部门中得到广泛地应用。但有些振动机械存在着工作状态不够稳定、调试比较困难、动载荷较大、零件使用寿命低和噪声较大等缺点，这些正是设计中应当注意的问题。

1.1 振动机械的用途及工艺特性

表 17-6-1

类 别	工 艺 特 性	实 例
振动输送	物料在工作机体内作滑行或抛掷运动，达到输送或边输送边加工的目的。对粘性物料和料仓结块有定疏松作用	水平振动输送机、垂直振动输送机、振动给料机、振动料斗、仓壁振动器、振动冷却机、振动烘干机等
振动分选	物料在工作体内作相对运动，产生一定的惯性力，能提高物料的筛分、选别、脱水和脱介的效率	振动筛、共振筛、弹簧摇床、振动离心摇床、振动离心脱水机、重介质振动溜槽淘汰机等
研磨清理	借工作机体内的物料和介质、工件和磨料、工件和机体间的相对运动和冲击作用，达到对机械零件的粉磨、光饰、落砂、清理和除尘的目的	振动球（棒）磨机、振动光饰机、振动落砂机、振动除灰机、矿车清底振动器等
成型紧实	能降低颗粒状物料的内摩擦，使物料具有类似于流体的性质，因而易于充填模具中的空间并达到一定密实度	石墨制品振动成型机、耐火材料振动成型机、混凝土预制件振动成型机、铸造砂型振动造型机等
振动夯实	借振动体对物料的冲击作用，达到夯实目的。有时还将夯实和振动成型结合起来，从而提高振动成型的密实度	振动夯土机、振捣器、振动压路机、重锤加压式振动成型机等
沉拔插入	当某物体要贯入或拔出土壤和物料堆时，振动能降低插入拔出时的阻力	振动沉拔桩机、振动装载机、风动或液压冲击器等
振动时效	振动可加快铸件或焊接件内部形变晶粒的重新排列，缩短消除内应力的时间	时效振动台
振动切削	刀杆沿切削速度方向作高频振动，可以淬硬高速钢、软铅等特殊材料进行镜面切削，加工精度高	振动切削机床、刨床、镗床、铣床、振动切削滚齿机、插齿机、拉床、磨床等
振动加工	振动使加工能集中为脉冲形式，使材料得到高速加工，使加工表面光滑，拉、压的深度提高	如振动拉丝、振动轧制、振动拉深、振动冲裁、振动压印

1.2 振动机械的频率特性及结构特征

表 17-6-2

类 别	频 率 特 性	结 构 特 征	应 用 说 明
共振机械	频率比 $Z = \frac{\omega}{\omega_n} = 1$ (共振) ω —激振频率, rad/s ω_n —振动系统的固有圆频率, rad/s		由于共振机械参振质量和阻尼(例如物料的等效参振质量和等效阻尼系数)及激振圆频率的稍许变化, 振动工况很不稳定, 因此很少采用
弹性连杆式振动机	$Z = 0.75 \sim 0.95$ (近低共振)	具有双振动质体、主振弹簧、隔振弹簧和弹性连杆激振器	振幅稳定性较好, 特别是具有硬特性的弹簧具有振幅稳定调节作用, 所需激振力小, 功率消耗少, 传给基础动载荷小等特点
惯性近共振振动机		激振器为惯性激振器, 其他同上	惯性近共振振动机的产品见本章 8 节
电磁式振动机		激振器为电磁激振器, 其他同上	同上。但设计、制造要求较高, 本章不作介绍
近超共振振动机	$Z = 1.05 \sim 1.2$ (近超共振)	上述三种激振器均可, 其他同上	当主振弹簧具有软特性时, 振幅稳定性较好, 但启动、停机过程中振动也较强烈, 较少采用; 当主振弹簧为硬特性时, 振幅稳定性较差, 无法采用
单质体近共振振动机	$Z = 0.75 \sim 0.95$ 或 $Z = 1.05 \sim 1.2$	具有单质体, 无隔振弹簧, 其他同上	传给基础的动载荷较大, 使用受到限制。其他同上
惯性振动机	$Z = 2.5 \sim 8$ (远超共振)	除二次隔振外, 均具有单质体、隔振弹簧和惯性激振器	振幅稳定性好, 阻尼影响小, 隔振效果好, 但激振力和功率消耗大。应用广泛
非惯性振动机			激振力很大, 弹性连杆或电磁激振器均受不了。很少采用
远低共振振动机	$Z < 0.7$		任何形式激振器均不能满足生产需要, 不能采用

注: 1. 通常所说的弹性连杆式振动机、惯性共振式振动机、电磁式振动机, 如不加说明, 均指双质体近低共振振动机。

2. 通常所说的惯性振动机, 如不加说明, 指的是远超共振振动机。

2 振动输送类振动机的运动参数

2.1 机械振动指数

工程上把机体振动加速度最大值 \ddot{x}_{max} 与重力加速度 g 的比值称为机械指数, 即振动强度:

$$K_{jq} = \dot{x}_{max}/g = \frac{B\omega^2}{g} \quad (17-6-1)$$

式中 \dot{x}_{max} —机体振动最大加速度, $\dot{x}_{max} = B\omega^2$, m/s²;

B —机体振幅, m;

ω —机体振动圆频率, rad/s。

K_{jq} 越大, 输送料料的速度越快, 机械所受的动载荷也就越大。通常受机械强度的限制, 一般选 $K_{jq} \leq 6$ 。

2.2 物料的滑行运动

若输送槽体作简谐运动, 槽体内的物料和槽体的受力情况如图 17-6-1 所示。根据出现滑行运动时的受力平衡条件, 可推出物料正向滑动(相对工作面沿 x 方向前进)的条件为正向滑行指数 $D_k > 1$:

$$D_k = \frac{B\omega^2}{g} \times \frac{\cos(\mu_0 - \delta)}{\sin(\mu_0 - \alpha)} \quad (17-6-2)$$

而反向滑动的条件是反向滑行指数 $D_q > 1$:

$$D_q = \frac{B\omega^2}{g} \times \frac{\cos(\mu_0 + \delta)}{\sin(\mu_0 + \alpha)} \quad (17-6-3)$$

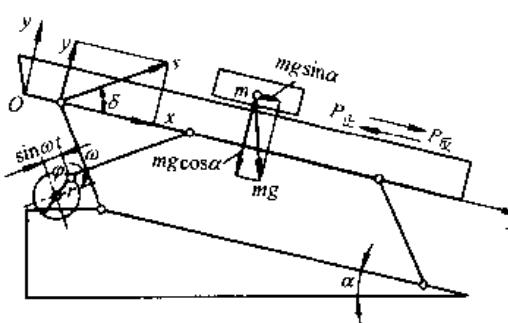


图 17-6-1 谷槽运动规律及物料受力分析

(1) 振动方向角 δ 式中 α ——槽面与水平面夹角； δ ——振动方向角，即振动方向线与输送槽面夹角； μ_0 ——静摩擦角， $\tan \mu_0 = f_0$ ； f_0 ——物料与槽面的摩擦因数。

按滑行原理工作的振动机械，大多采用 $D_k > 1$ 、 $D_q < 1$ ；对于少数振动机械，如槽式振动冷却机、低速振动筛，采用 $D_k > 1$ 、 $D_q > 1$ 状态工作。

对于物料运动轨迹相对于槽面近于直线的振动输送机，即以滑行为主的输送机，在设计计算中，首先根据工作要求、物料情况，选定 D_k 、 D_q 、 α 的具体数值，再进行如下计算：

式中

(2) 振动强度 K_{ig}

$$\delta = \arctan \frac{1 - C}{(1 + C)f_0} \quad (17-6-4)$$

$$C = \frac{D_q \sin(\mu_0 + \alpha)}{D_k \sin(\mu_0 - \alpha)}$$

(3) 选定振幅 B 后，计算每分钟振动次数 n

$$K_{ig} = \frac{B\omega^2}{g} = D_k \frac{\sin(\mu_0 - \alpha)}{\cos(\mu_0 - \delta)} \quad (17-6-5)$$

(4) 选定振幅 B 后，计算每分钟振动次数 n

$$n = 30\omega/\pi \quad (17-6-6)$$

例 用于输送不要求破碎物品的输送机，输送长度 20m，物料对工作面的摩擦因数 $f_0 = 0.9$ ，求其运动系参数。

解 因运输易碎物品，不抛掷，选正向滑行指数 $D_k = 3$ ，反向滑行指数 $D_q = 1$ ，长距离输送，取 $\alpha = 0$ ， $\mu_0 = \arctan 0.9 = 42^\circ$ 。

按式 (17-6-4) 计算：

$$C = \frac{D_q \sin(\mu_0 + \alpha)}{D_k \sin(\mu_0 - \alpha)} = \frac{1}{3} \frac{\sin(42^\circ + 0^\circ)}{\sin(42^\circ - 0^\circ)} = 0.33$$

$$\delta = \arctan \frac{1 - C}{(1 + C)f_0} = \arctan \frac{1 - 0.33}{(1 + 0.33) \times 0.9} \approx 30^\circ$$

按式 (17-6-5) 计算振动强度：

$$\frac{B\omega^2}{g} = D_k \frac{\sin(\mu_0 - \alpha)}{\cos(\mu_0 - \delta)} = 3 \times \frac{\sin(42^\circ - 0^\circ)}{\cos(42^\circ - 30^\circ)} = 2.05$$

按机械结构，取振幅 $B = 5\text{mm} = 0.005\text{m}$ ，得：

$$\omega = \sqrt{2.05 \times 9.81 / 0.005} = 63.4 \text{ rad/s}$$

$$n = 30 \times 63.4 / \pi = 605.2 \text{ r/min}$$

2.3 物料抛掷指数

如图 17-6-1，若输送槽体作简谐运动 $s = B \sin \omega t = B \sin \varphi$ ，由动力平衡方程可得：

$$N = mg \cos \alpha - m \ddot{s} \sin \delta \quad (17-6-7)$$

如果物料在输送过程中被抛离了工作面，则此瞬时正压力 $N = 0$ 。工程上把 $m \ddot{s} \sin \delta$ 的幅值和 $mg \cos \alpha$ 之比称为物料抛掷指数 D ，即

$$D = \frac{B\omega^2 \sin \delta}{g \cos \alpha} \quad (17-6-8)$$

对应物料开始出现抛掷运动瞬时，槽体振动的相位角称为抛始角 φ_d ，即

$$\varphi_d = \arcsin \frac{1}{D} \quad (17-6-9)$$

在该瞬时之前，物料和工作面沿 y 方向是一起运动的；在该瞬时之后，物料抛离工作面，在重力作用下在空中作抛物运动， $\Delta y = -g \cos \alpha + B\omega^2 \sin \delta \sin \varphi$ ，积分两次得到相对位移 Δy 的表达式，当相对位移 $\Delta y = 0$ 时，物料重新落至槽体，抛掷运动终止。此时槽体的相角 $\varphi = \varphi_z$ ，称 φ_z 为抛止角。 $\theta_d = \varphi_z - \varphi_d$ ，称 θ_d 为抛离角。抛离角 θ_d 和抛始角 φ_d 的关系

$$\cot \varphi_d = \frac{\frac{1}{2} \theta_d - (1 - \cos \theta_d)}{\theta_d - \sin \theta_d} = \sqrt{D^2 - 1} \quad (17-6-10)$$

物料抛掷一次的时间与机体振动周期之比称为抛离系数 i_d

$$i_d = \frac{\theta_d}{2\pi} \quad (17-6-11)$$

抛离系数 i_d 和抛掷指数 D 的关系

$$D = \sqrt{\left(\frac{2\pi^2 i_d^2 + \cos(2\pi i_d) - 1}{2\pi i_d - \sin(2\pi i_d)} \right)^2 + 1} \quad (17-6-12)$$

i_d 值可根据给定 D 值按式 (17-6-12) 求得，也可从图 17-6-2 查得。

当 $D < 1$ 时，物料相对槽体静止或只作滑动；当 $D > 1$ 时，物料相对槽体的运动状态以抛掷运动为主，这样可以降低物料运动的阻力和减少物料对槽体的磨损，但抛掷运动过于激烈又易使物料破碎或使输送状态不稳。一般取 $1 < D \leq 3.3$ ，因为在这样的条件下，在机体的一个振动周期中，物料完成一次抛掷运动，工作状态稳定。个别时取 $4.6 < D \leq 6.36$ （如振动成型机等），在这种条件下，在机体的两个振动周期中，物料只完成一次抛掷运动。当输送脆性易碎物料时， D 值应小于 1 或略大于 1。

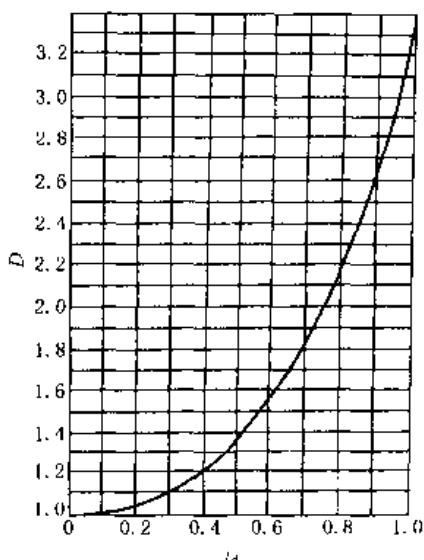


图 17-6-2 抛掷指数 D 与
抛离系数 i_d 的关系

2.4 常用振动机的振动参数

表 17-6-3

激振形式		惯性式					弹性连杆式	
用途	频率 f/Hz	输送		筛分和给料		成型密实 落砂清理	输送	筛分
		长距离	上倾	下倾	单轴			
参数	频率 f/Hz	12 ~ 16			25 ~ 30		5 ~ 16	
	振幅 B/mm	5 ~ 6			3 ~ 6	3 ~ 5	5 ~ 15	6 ~ 9
	方向角 $\delta/^\circ$	20 ~ 30	20 ~ 45	20 ~ 30		30 ~ 60 多用 45	90	25 ~ 35
	倾角 $\alpha/^\circ$	0	-3 ~ -8	5 ~ 15	12 ~ 20	0 ~ 10	0	0 ~ 10

注：1. 表内数据为大致范围，只供选择参考。

2. 输送速度近似与频率 f ($\omega = 2\pi f = \frac{\pi n}{30}$) 成反比，与 \sqrt{B} 成正比，因此，采用低频大振幅可以提高输送速度。

3. 输送磨耗性大的物料时， δ 宜取较大值；输送易碎性物料时， δ 可取得小些；筛分时， δ 可选得大些，最大可取 $\delta_{\max} = 65^\circ$ 。

4. 上倾角 α 应小于静摩擦角；下倾角 α 加大时，可提高输送速度，但会增加槽体的磨损。

5. 垂直输送的螺旋升角和振动方向角与上倾输送相同。

2.5 物料平均速度

$$v_m = C_e C_h C_a C_w \frac{\pi g i_d^2 \cos(\alpha - \delta)}{\omega \sin \delta} \quad (\text{m/s}) \quad (17-6-13)$$

式中各影响系数可由下列各表查得。上式只适用于计算 $1 < D \leq 3.3$ 时的 v_m 。若 $D = 4.6 \sim 6.36$ ，计算 v_m 时，上式的右端应乘以 0.5。

表 17-6-4

倾角影响系数 C_a

倾角 $\alpha/^\circ$	-15	-10	-5	0	5	10	15
C_a	0.6 ~ 0.8	0.8 ~ 0.9	0.9 ~ 0.95	1	1.05 ~ 1.1	1.3 ~ 1.4	1.5 ~ 2

表 17-6-5

料层厚度影响系数 C_b

料层厚度	薄料层	中厚料层	厚料层
C_b	0.9 ~ 1	0.8 ~ 0.9	0.7 ~ 0.8

注：通常筛分为薄料层，振动输送为中厚料层，振动给料为中厚或厚料层。

表 17-6-6

物料性质影响系数 C_m

物料性质 C_m	块状物料	颗粒状物料	粉状物料
	0.8~0.9	0.9~1	0.6~0.7

注：物料的粒度、密度、水分、摩擦因数、粘度等都对物料输送速度有影响，由于影响因素多而复杂，目前尚缺乏充足的实验资料，表中只给出了约略的数值。

表 17-6-7

滑动运动影响系数 C_w

抛掷指数 D	1	1.25	1.5	1.75	2	2.5	3
C_w	1.18	1.16	1.15	1.1~1.15	1.05~1.1	1~1.05	1

注：物料平均运动速度是按抛掷运动进行计算的，在一个振动周期中，除完成一次抛掷运动外，还伴随有一定的滑行运动。

2.6 输送能力与输送槽体尺寸的确定

振动输送机、振动给料机和振动筛的生产能力

$$Q = 3600 h b v_m \rho \quad (\text{t/h}) \quad (17-6-14)$$

式中 h ——料层厚度，m；

b ——槽体宽度，m；

ρ ——物料松散密度，t/m³；

v_m ——物料平均速度，m/s。

对振动输送机，矩形槽一般取 $h = (0.7 \sim 0.8) H$ ， H 为槽体高度；输送圆管一般取 $h \leq \frac{D_1}{2}$ ， D_1 为管体内径。对振动给料机，槽体侧板高度取 $H = 0.15 \sim 0.3$ m，利用侧挡板将料层厚度加厚到 $h = 0.3 \sim 0.7$ m。对振动筛，当薄层筛分时，可取 $h = (1 \sim 2) a$ ， a 为筛分分离粒度；当普通筛分时，取 $h = (3 \sim 5) a$ ；当厚层筛分时，取 $h = (10 \sim 20) a$ ，筛箱通过高度 H 为最大给料块度的二倍。根据生产能力要求或工艺对槽体尺寸的要求，按式 (17-6-14) 即可计算其他参数。槽体内物料质量：

$$m_n = QL / (3600 v_m) \quad (\text{kg}) \quad (17-6-15)$$

式中 L ——槽体长度，m。

2.7 物料的等效参振质量和等效阻尼系数

运动物料相当有百分之几参振，称等效参振系数或等效参振结算系数 K_m ，物料对振动机体产生的阻尼用当量阻尼系数 C_m 表示。当抛掷指数 $D = 2 \sim 3$ 时，当量阻尼系数 C_m 在 $(0.16 \sim 0.18) m_m \omega$ 之间变化。 K_m 值与 D 、 δ 有关，可按图 17-6-3 查得。表 17-6-8 列出了对应于 $D = 1.75 \sim 3.25$ 的 K_m 值。

表 17-6-8 不同抛掷指数的物料等效参振质量折算系数 K_m 和等效阻尼系数 C_m

D	$\varphi_d / (\circ)$	$\varphi_x / (\circ)$	K_{my}	K_{mx}	K_m	C_{my}	C_{mx}	C_m
1.75	34.85	261.65	-0.902	-0.014	0.236			
2.00	30	289.2	-0.766	-1.805	0.192			
2.25	26.38	307.2	-0.600	-1.608	0.155	0.66V	0	0.16V
2.50	23.58	333.2	-0.328	-1.410	0.092	0.726V	0	0.18V
2.75	21.32	361.65	-0.044	-0.004	0.008	0.71V	0	0.17V
3.00	19.38	379.47	-0.002	0	0	0.66V	0	0.165V
3.25	17.92	395.92	0.360	0.005	-0.086			

注： $K_{my} = b_{ly}/m_m w^2 B_y$ ， $K_{mx} = b_{lx}/m_{mx} w^2 B_x$ ； $V = m_m w$ ， $C_{my} = a_{ly}/w B_y$ ，

$$C_{mx} = a_{lx}/w B_x$$

图 17-6-3 不同 δ 角时的 $D-K_m$ 曲线

对于振动成型机的加压重锤或振动落砂机上的铸件， $D = 4.6 \sim 6.36$ ， K_m 变为负值， C_m 变化不大，此时主要计算垂直方向的数据， K_{my} 和 C_{my} 与 D 的关系见表 17-6-9。

表 17-6-9 不同抛掷指数的重物等效参振质量折算系数 K_{my} 和等效阻尼系数 C_{my}

D	$\varphi_d/(\circ)$	$\varphi_e/(\circ)$	K_{my}	C_{my}
4.6	12.56	577.56	0.361	0.007V
4.8	12.02	610.02	0.35	0.058V
5.0	11.54	635.54	0.343	0.134V
5.2	11.09	654.09	0.31	0.2V
5.4	10.67	669.67	0.26	0.254V
5.6	10.29	683.79	0.198	0.294V
5.8	9.93	696.43	0.133	0.318V
6.0	9.59	708.59	0.065	0.327V
6.2	9.28	719.78	0.001	0.322V
6.36	9.05	729.05	-0.05	0.311V

注： $V = m_m \omega_r$ 。

总阻尼系数 $C = \sum C_m$

式中 $\sum C_m$ ——各阻尼系数之和。

系统的阻尼系数除计算外，还可通过振动试验求得。

2.8 振动系统的计算质量

计算质量 m'

$$m' = m + K_m m_m + \sum K_b m_b$$

式中 m ——振动体质量，kg；

m_m ——物料质量，kg；

K_m ——物料参振系数；

$\sum K_b m_b$ ——各弹性元件参振质量之和，kg。

2.9 激振力和功率

(1) 最大激振力之和 P

$$P = \sum m_0 r \omega^2 \quad (\text{N}) \quad (17-6-16)$$

式中 m_0 ——偏心块质量，kg；

r ——偏心半径，m。

(2) 电功功率 N

振动阻尼所消耗功率：

$$N_z = \frac{C_0}{1000} C \omega^2 B^2 \quad (\text{kW}) \quad (17-6-17)$$

轴承摩擦所消耗功率：

$$N_f = \mu \sum m_0 r \omega^3 \frac{d_1}{2000} = \frac{\mu P \omega d_1}{2000} \quad (\text{kW})$$

$$\text{总功率 } N = \frac{1}{\eta} (N_z + N_f) \quad (\text{kW}) \quad (17-6-18)$$

式中 $C = (0.1 \sim 0.14) m\omega$ ；

η ——传动效率，一般取 0.95；

d_1 ——轴承平均直径， $d_1 = (D + d)/2$, m；

D 、 d ——轴承外径和内径，m；

μ ——滚动轴承摩擦因数，一般 $\mu = 0.005 \sim 0.007$ ；

C_0 ——系数。对非定向振动，例如单轴激振器系统、圆振动系统， $C_0 = 1$ ；对定向振动，例如双轴激振系统、直线振动系统， $C_0 = 0.5$ 。

在概算时，可选 $N_f = (0.5 \sim 1.0) N_z$ 。考虑振动状态参数的变化、计算的误差，实际选用功率应适当放大。

在实际工作中，对恶劣条件下，例如矿用振动放矿机，用最大可能功耗来决定电机最大功率，此时，

$$\text{对非定向振动输送机} \quad N = \frac{\sqrt{2}}{2000} P \omega B \quad (\text{kW}) \quad (17-6-19)$$

$$\text{对定向振动输送机} \quad N = \frac{\sqrt{2}}{4000} P \omega B \quad (\text{kW}) \quad (17-6-20)$$

式 (17-6-19) 和式 (17-6-20) 计算结果远大于式 (17-6-17) 和式 (17-6-18) 的计算结果。

3 单轴惯性激振器设计

3.1 平面运动单轴惯性激振器

单轴惯性激振器如图 17-6-4 所示。

(1) 激振器回转中心与振动机体质心重合。振动机构和力学模型如图 17-6-5。振动机的阻尼力和弹性力远小于机体的惯性力与激振力，对机体运动的影响很小。尽管 $K_x < K_y$ (隔振弹簧采用悬吊安装时， $K_x = 0$)， x 方向和 y 方向振动幅值 B_x 和 B_y 近似相等，机体上的质点基本上在一平面上沿圆轨迹运动。单轴惯性激振器激振力幅值

$$m_0 r \omega^2 = \frac{1}{\cos \varphi} (K_y - m' \omega^2) B \quad (17-6-21)$$

式中 m_0 ——偏心质量，kg；

r ——偏心半径，m；

ω ——回转角速度，rad/s；

m' ——振动机计算质量，kg；

K_y ——隔振弹簧沿 y 方向的刚度，N/m；

B ——振动体稳态振动的幅值，m；

φ ——振动响应滞后激振力的相位差角，rad， $\varphi = \arctan \frac{C\omega}{K_y - m\omega^2}$ ；

C ——系统的振动阻尼，实验指出，一般振动机 $C \leq (0.1 \sim 0.14)m'\omega$ 。

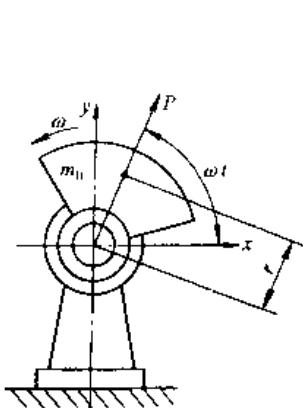
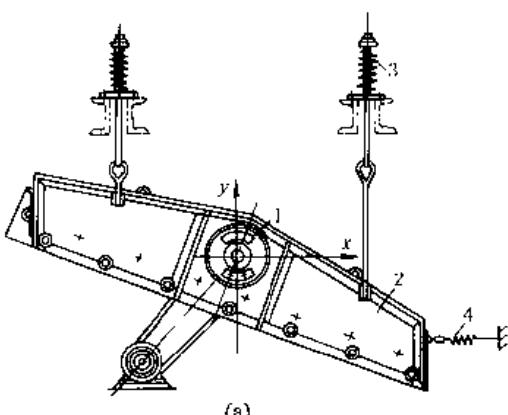
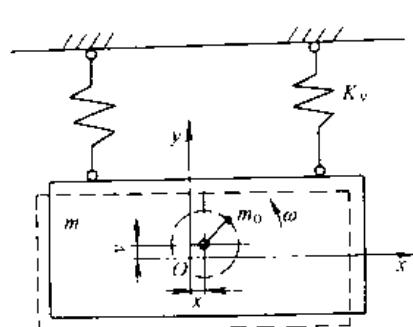


图 17-6-4 单轴惯性激振器



(a)



(b)

图 17-6-5 单轴惯性振动机及力学模型

1—单轴惯性激振器；2—振动机体；
3—隔振弹簧；4—前拉弹簧

如果设计时，考虑激振力的调节，将所需激振力放大，可将阻尼和弹性都忽略，单轴惯性激振器激振力幅值

$$m_0 r \omega^2 \approx -m' B \omega^2 \quad (17-6-22)$$

上式表明在振动过程中，机体与偏心块始终处在振动中心的两侧，机体在上时，偏心块在下（见图 17-6-6），机体在左时，偏心块在右，或者相反。实际上振动中心就是机体和偏心块的合成质心。机体质心 O 、偏心块质心 O_2 和振动中心 O_1 的关系如图 17-6-6 所示。如果采用带传动的话，将带轮回转中心设在 O_1 处，则振动中带轮基本不振动。

(2) 当单轴惯性激振器的回转中心离开了机体的质心，如图 17-6-7 所示。近似计算时（忽略了阻尼和弹性力），机体质心 O 的运动轨迹仍是圆。由于激振器中心偏离机体质心，离心力对机体有力矩作用，设机体及偏心块绕质心 O 的转动惯量为 I 、 I_0 ，可求得力矩产生沿 x 轴和 y 轴的摇摆振动 ϕ_x 、 ϕ_y 的振幅值 F ，再进行振动合成计算：

$$B_{\phi_x} = \frac{m_0 r l_{0x}}{I + I_0} \quad B_{\phi_y} = \frac{m_0 r l_{0y}}{I + I_0} \quad (17-6-23)$$

机体的前（ B 点）、中（ O 点）、后（ A 点）的运动轨迹如图 17-6-7b 所示。如果该振动机为单轴惯性振动筛，物料从 A 端进入，从 A 点椭圆运动轨迹的长轴大小和方向来看，有利于物料的迅速散开，运动速度快；而排料端，从 B 点椭圆运动轨迹长轴的大小和方向来看，将不利于物料的输送，常借助于大倾角来改善排料条件，即使如此，有时处理不当，仍然产生堵料现象，所以，设计这种振动机最根本的是机体不宜长，激振器回转中心不能离机体质心太远。

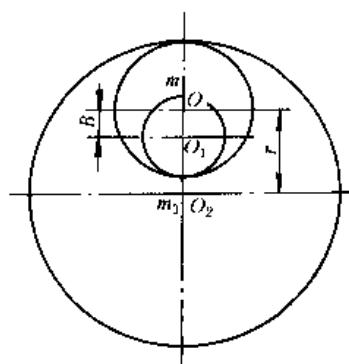
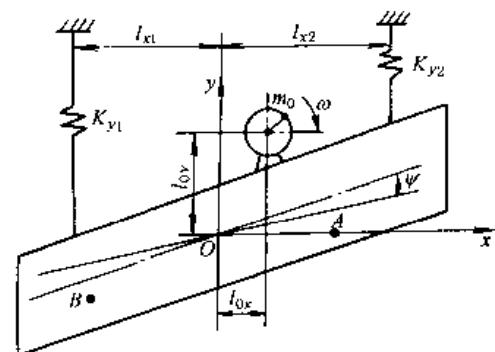
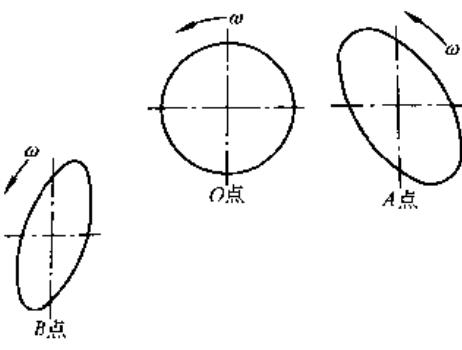


图 17-6-6 自定中心原理图



(a)



(b)

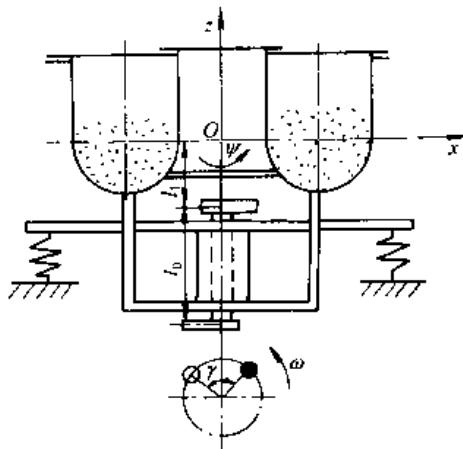
图 17-6-7 单轴惯性振动机
及其各处的运动轨迹

图 17-6-8 立式振动光饰机力学模型

3.2 空间运动单轴惯性激振器

图 17-6-8 所示立式振动光饰机由单轴惯性激振器驱动。激振器的轴垂直安装。轴上下两端的偏心块夹角为 γ 。因此，激振器产生在水平平面 xOy 内沿 x 方向和 y 方向合成的激振力 $P(t)$ ，以及由绕 x 轴和绕 y 轴的激振力矩所合成的激振力矩 $M(t)$ 分别为：

$$P(t) = \sum m_0 r \omega^2 \cos \frac{r}{2} (\cos \omega t + i \sin \omega t) = \sum m_0 r \omega^2 \cos \frac{r}{2} e^{i\omega t}$$

$$M(t) = \sum m_0 r \omega^2 L e^{i(\omega t - \beta)}$$

$$\text{式中 } L = \sqrt{\left(\frac{1}{2}l_0 + l_1\right)^2 \cos^2 \frac{\gamma}{2} + \frac{1}{4}l_0^2 \sin^2 \frac{\gamma}{2}}$$

$$\beta = \arctan \frac{\tan \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{l_1}{l_0}}$$

l_0 ——上下偏心块的垂直距离, m;

l_1 ——上偏心块至机体质心距离, m;

其他符号同前

在忽略阻尼的情况下, 机体水平振动稳态振幅 B 和摇摆振动的幅值 B_ψ 为:

$$B = \frac{\sum m_0 r \cos \frac{\gamma}{2}}{m \left(\frac{1}{Z^2} - 1 \right)} \quad B_\psi = \frac{\sum m_0 r l}{I \left(\frac{1}{Z_\psi^2} - 1 \right)} \quad (17-6-24)$$

式中 Z 、 Z_ψ ——频率比, $Z = \omega / \omega_n$, $\omega_n^2 = K/m$, $Z_\psi = \omega / \omega_{n\psi}$, $\omega_{n\psi}^2 = K_\psi/I$; 频率比 Z 、 Z_ψ 均在 3~8 的范围内选取;

m 、 I ——机体的质量及对 x 轴和 y 轴的转动惯量, kg, $\text{kg} \cdot \text{m}^2$;

K 、 K_ψ ——水平方向及摇摆方向的刚度, N/m, $\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$.

为了提高工作效率, 要合理选择偏心块夹角 γ 。试验证明 $\gamma = 90^\circ$ 时, 水平振动和摇摆振动都比较强烈, 这种复合振动研磨效果最佳。

当机体 m 、 I 和工艺要求的振动参数 B 、 B_ψ 、 ω 已知, 并由隔振设计确定了 K 、 K_ψ 的条件下, 可从式 (17-6-24) 的前式求得 $\sum m_0 r$, 再根据后式求得 L 值。根据 $\sum m_0 r$ 设计偏心块, 根据 L 值设计 l_0 、 l_1 。

3.3 单轴惯性激振器动力参数 (远超共振类)

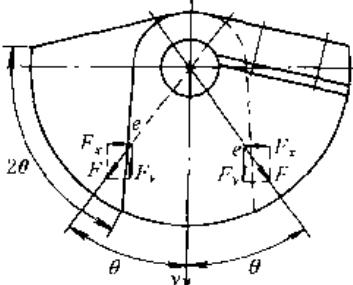
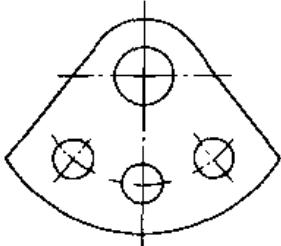
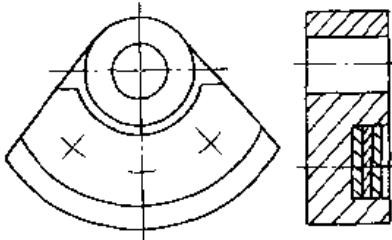
表 17-6-10

项 目	计算公式	参数选择与说明
隔振弹簧总刚度	$K_y = \frac{1}{Z^2} m \omega^2 \quad (\text{N}/\text{m})$ 物料对隔振弹簧的影响在频率比的选取中考虑	m —— 机体质量, kg; ω —— 振动频率, rad/s ; 隔振弹簧与第 5 章隔振器设计相同, 一般隔振器设计取 $Z = 3 \sim 5$, 对于有物料作用的振动机, Z 值可取得小些, 物料量越多, Z 值越小
等效参振质量	$m' = m + K_m m_m \quad (\text{kg})$	物料质量 m_m 按式 (17-6-15) 计算; 物料 m_m 的等效参振质量折算系数 K_m 可参照表 17-6-8 和表 17-6-9 选取
等效阻尼系数及相位差角	$C = (0.1 \sim 0.14) m \omega \quad (\text{N} \cdot \text{s}/\text{m})$ $\varphi = \arctan \frac{C \omega}{K_y - m \omega^2}$	
激振力幅值及偏心质量矩	$\Sigma m_0 r \omega^2 = \frac{1}{\cos \varphi} (K_y - m \omega^2) B$ $\approx m \omega^2 B \quad (\text{N})$ $\Sigma m_0 r = \Sigma m_0 r \omega^2 / \omega^2 = m B$	B —— 振动的振幅, m m_0 —— 偏心块质量, kg r —— 偏心半径, m 根据 $\Sigma m_0 r$ 设计偏心块
电机功率	见本章 2.9 节	
稳态振幅	$B = \frac{\Sigma m_0 r \omega^2 \cos \varphi}{K_y - m \omega^2} \quad (\text{m})$	
传给基础的动载荷	$F_y = K_y B_y, F_x = K_x B_x$ 启动、停止时, $F'_y = (3 \sim 7) F_y, F'_x = (3 \sim 7) F_x$	K_y, K_x —— 分别为垂直方向和水平方向的刚度, N/m B_y, B_x —— 分别为垂直方向和水平方向的振幅, m 悬挂弹簧时, $F_x = 0$, $F'_y = F_y$

3.4 激振力的调整及滚动轴承

(1) 激振器的激振力调整 (见表 17-6-11)

表 17-6-11

调整方式	结构简图	调整说明及调整范围
无级调整		两偏心块，一块固定，另一块可调，动块相对定块可转动 2θ 角，转动某一角度后，用螺栓将动块夹紧固定在轴上。单块离心力 $F = m_0 r \omega^2$ ，两块合成离心力，即激振力 $F_y = 2m_0 r \omega^2 \cos\theta$ ，激振力可在 $0 \sim 2m_0 r \omega^2$ 范围内无级调整
有级调整		偏心块上钻三个孔，用圆环和圆柱或灌铅的方式，对称填充不同位置的孔，使离心力即激振力增加相应的值，实现有级调整激振力，调整范围有限
		在偏心块侧面切槽，然后加扇形调整片调整激振力，调整范围有限，但较前一种有级调整方法略宽些

(2) 滚动轴承的载荷及径向游隙

滚动轴承的径向载荷为 $\sum m_0 r \omega^2$ (N)，轴向载荷通常取为 $(0.1 \sim 0.2) \sum m_0 r \omega^2$ ，然后按轴承常规方法进行设计。

为了提高滚动轴承的极限转速、降低滚动轴承的摩擦力矩，防止由配合和温升所造成的径向游隙过小，惯性激振器的轴承应当选用大游隙轴承。

4 双轴惯性激振器

4.1 产生单向激振力的双轴惯性激振器

图 17-6-9a 所示为产生单向激振力的双轴惯性激振器，质量为 m_0 的两偏心块以 ω 的角速度同步反向回转，如果初相角 φ 对称于 s 轴，则沿 s 方向和 e 方向的激振力为：

$$P_s = 2m_0 r \omega^2 \sin \omega t \quad (17-6-25)$$

$$P_e = 0$$

单向激振力 P_s 作用于图 17-6-9b 所示的振动动机体的质心，将使机体产生沿 s 方向的直线振动。因阻尼系数 $C \ll m\omega$ ，隔振弹簧沿 s 方向刚度 $K_s \ll m\omega^2$ ，偏心质量 $m_0 \ll m$ ，在忽略阻尼、隔振弹簧和偏心块质量对振动影响的条件下，机体的振幅：

$$B = -\frac{2m_0 r}{m} \quad (17-6-26)$$

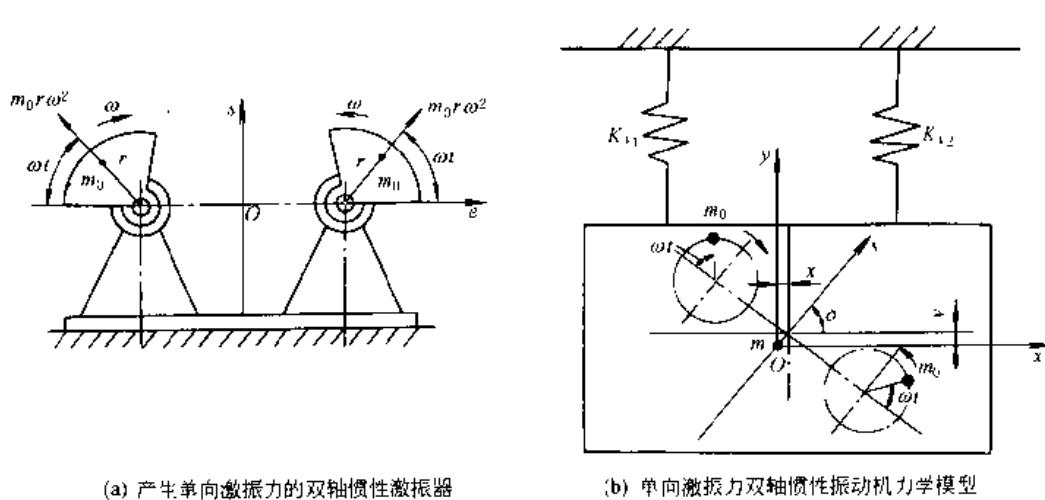


图 17-6-9

$$\text{且 } P_y = P_x \sin \delta, \quad P_x = P_x \cos \delta, \quad B_y = B \sin \delta, \quad B_x = B \cos \delta, \quad B = \sqrt{B_y^2 + B_x^2}$$

使两偏心块同步反向回转的方法：(1) 用传动比为 1 的一对外啮合齿轮强迫实现，机体振动的直线性很好；(2) 激振器的两轴分别由两台同型号的异步电动机带动，之间无任何机械联系，由力学的质心守恒原理使两轴自动保持反向同步回转，结构简单，但由于两台电机驱动力矩的差异和两激振器回转摩擦阻力矩的不同，振动机的运动轨迹可能出现轻微的椭圆。

4.2 空间运动双轴惯性激振器

图 17-6-10 所示的螺旋振动输送机，若实现绕垂直坐标 z 的螺旋振动，要求其双轴惯性激振器同时产生沿 z 方向的激振力和绕 z 轴的激振力矩。螺旋振动输送机的激振器有交叉轴式和平行轴式两种。

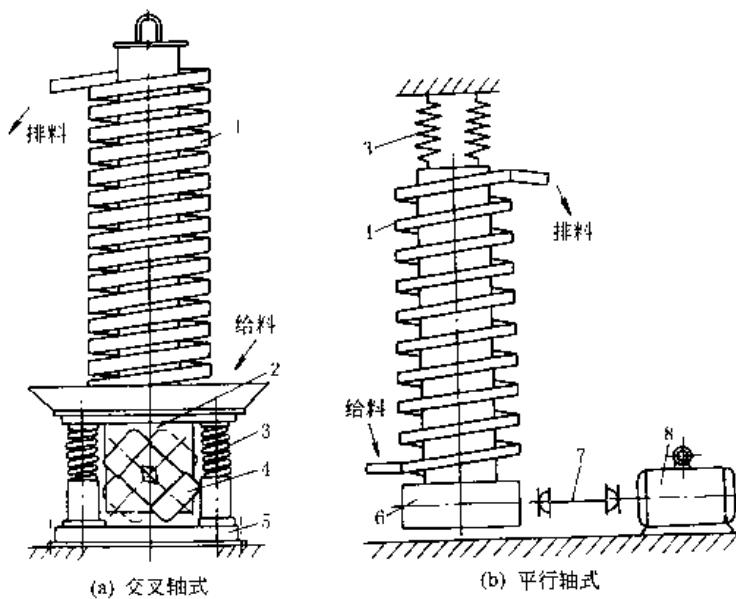


图 17-6-10 螺旋振动输送机

1—螺旋输送槽；2—激振器座；3—隔振弹簧；
4—振动电机；5—机座；
6—平行轴式激振器；7—万向联轴器；8—电机

4.2.1 交叉轴式双轴惯性激振器

如图 17-6-11 所示，两转子轴各与 z 轴成一夹角 α ，两轴上转子质心初始相位角为反向，当两轴反向同步旋

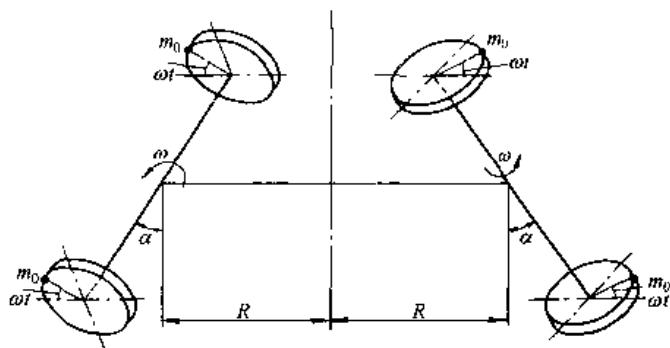


图 17-6-11 交叉轴式双轴惯性激振器工作原理

转时，参照图 17-6-9， α 为零时的一端的 P_z 力为 $m_0 r \omega^2 \cos \omega t$ ， α 不为零时，此时沿 z 方向的激振力和绕 z 轴方向的激振力矩分别为：

$$\begin{aligned} P_z &= 4 m_0 r \omega^2 \sin \alpha \cos \omega t \\ M_z &= 4 m_0 r \omega^2 R \cos \alpha \cos \omega t \end{aligned} \quad (17-6-27)$$

式中 R ——旋转轴和 z 轴的距离， m_0 。

4.2.2 平行轴式双轴惯性激振器

如图 17-6-12 所示，当偏心块在两轴上的安装角为初相角，且 $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi - \varphi_3 = \pi - \varphi_4$ ，令 $\alpha = \varphi_1$ ，可求得沿 z 方向的激振力和绕 z 轴方向的激振力矩分别为：

$$\begin{aligned} P_z &= 4 m_0 r \omega^2 \sin \alpha \cos \omega t \\ M_z &= 4 m_0 r \omega^2 R \cos \alpha \cos \omega t \end{aligned}$$

此两式与式 (17-6-27) 是相同的。

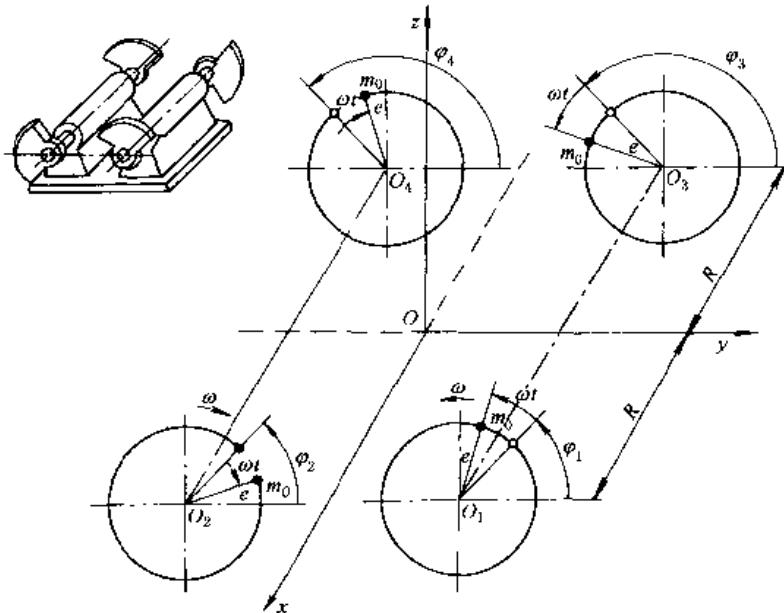


图 17-6-12 平行轴式双轴惯性激振器

当 z 轴通过机体质心时，机体的质量为 m ，机体绕 z 轴的转动惯量为 I ，与前相同，在忽略阻尼、隔振弹簧及偏心块的质量 m_0 和转动惯量 I_0 的条件下，很容易求得机体在式 (17-6-27) 的 P_z 和 M_z 作用下，机体在 z 方向和绕 z 轴方向上的振幅和振动幅角：

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{4 m_0 r \sin \alpha}{m} \\ \theta_z &= \frac{4 m_0 r R \cos \alpha}{I} \end{aligned} \quad (17-6-28)$$

按式 (17-6-28) 求得 B_z 和 θ_z 后，可进一步求出机体上距 z 轴为 ρ 的任一点的合成振幅和振动角（振动方向与水

平面夹角):

$$B = \sqrt{B_z^2 + \theta_z^2 \rho^2} \quad \delta = \arctan \frac{B_z}{\theta_z \rho} \quad (17-6-29)$$

从式 (17-6-29) 可以看出, 输送槽上的任意点, 实际上都是在做直线振动。

由于平行轴式双轴惯性激振多采用强同步, 因此, 设计激振器时, 首先根据工艺要求的合成振幅 B 和振动角 β , 求得相应的 B_z 和 θ_z , 再从式 (17-6-28) 求得 $\sum m_0 r$ 、 a (同一轴上两偏心块距离之半) 和 α (同一轴上两偏心块夹角之半)。装配时应保证各偏心块离心力作用线与 z 轴夹角为 α 。

交叉轴式双轴惯性激振器常采用两台同型号振动电机作为激振器同步反向回转, 靠自同步实现, 所以, 激振力和两激振器轴夹角都便于调整, 这样就使设计参数 $\sum m_0 r$ 、 R 、 α 的匹配变得容易。计算公式相同。

4.3 双轴惯性激振器动力参数 (远超共振类)

表 17-6-12

项 目	平面运动		空间运动	
	交叉轴式	平行轴式	交叉轴式	平行轴式
隔振弹簧总刚度	$K_y = \frac{1}{Z^2} m \omega^2$		m —机体质量, kg; Z —频率比, $Z = \omega/\omega_n$, 通常取 $Z \approx 3 \sim 5$; ω_n —固有圆频率, rad/s, $\omega_n = \sqrt{\frac{\sum K_x}{m}}$; y —垂直坐标方向的位移, m	
等效参振质量	$m' = m + K_m m_n$ m_n 按式 (17-6-15) 计算, K_m 按表 17-6-8 或表 17-6-9 选取		$m' = m + K_m m_n$ $I' = I + K_m m_n \rho^2$ m_n 按式 (17-6-15) 计算, K_m 按表 17-6-8 或表 17-6-9 选取, ρ 为输送槽的平均半径, m	
等效阻尼系数及相位差角	$C = (0.1 \sim 0.14) m\omega$ (N·s/m) $\varphi = \arctan \frac{C\omega}{K_y - m\omega^2}$ $K_y = K_x \sin^2 \delta + K_z \sin^2 \delta$		$C \approx C_y = (0.1 \sim 0.14) m\omega$ $C_\theta \approx (0.1 \sim 0.14) m\varphi\omega$ $\varphi \approx \varphi_x \approx \varphi_\theta \approx \varphi_y = \arctan \frac{C_y \omega^2}{K_y - m\omega^2}$	
激振力、偏心质量矩及距离 a	$P = \sum m_0 r \omega^2 \approx \frac{B}{\cos \varphi} (K_y - m\omega^2)$ (N) $\sum m_0 r \approx P/\omega^2$ (kg·m)		$P = \frac{B}{\cos \varphi \sin \alpha} (K_y - m\omega^2)$ $\sum m_0 r = P/\omega^2$ $a = \frac{(K_y - l\omega^2) \theta_y}{P \cos \varphi \cos \alpha}$	$P = \frac{B}{\cos \varphi \cos \alpha} (K_y - m\omega^2)$ $\sum m_0 r = P/\omega^2$ $a = \frac{(K_y - l\omega^2) \theta_z}{P \cos \varphi \sin \alpha}$
振幅和振动幅角			K_θ —隔振弹簧绕 y 轴方向扭转刚度, N·m/rad K_x —隔振弹簧水平刚度, N/m ρ_1 —隔振弹簧离 y 轴的距离, m 预定 B 或 θ_z , 给定 α 值计算出 $\sum m_0 r$ 、 a , 再根据 $\sum m_0 r$ 和 a , 调整 α , 重新计算 $\sum m_0 r$ 和 a , 直至 $\sum m_0 r$ 、 a , α 达到最佳匹配为止	
	$B = \frac{P \cos \varphi}{K_y - m\omega^2}$ $B_y = B \sin \delta$ $B_z = B \cos \delta$		$B_y = \frac{P \sin \alpha \cos \varphi}{K_y - m\omega^2}$ $\theta_y = \frac{P \sin \alpha \cos \varphi}{K_\theta - l\omega^2}$	$B_y = \frac{P \cos \alpha \cos \varphi}{K_y - m\omega^2}$ $\theta_z = \frac{P \cos \alpha \cos \varphi}{K_\theta - l\omega^2}$
			$B_x = \rho_1 \theta_y$ $B = \sqrt{B_y^2 + \rho_1^2 \theta_y^2}$	

续表

项 目	平面运动	空间运动	
		交叉轴式	平行轴式
电机功率		见本章 2.9 节	
传给基础的动载荷	$F_y = K_y B_y$, $F_x = K_x B_x$	说明: 如为悬挂弹簧, $F'_y = K_y B_y$, $F'_x \approx 0$	K_y 、 K_x 、 B_y 、 B_x 分别为垂直与水平方向刚度及振幅 启动和停止时, $F'_x = (3 \sim 7) F_x$, $F'_y = (3 \sim 7) F_y$

注: 激振器偏转式自同步双轴惯性激振器虽然有力矩作用, 但摆动不很大, 可近似按产生单向激振力双轴惯性激振器进行程序设计。

4.4 自同步条件及激振器位置

表 17-6-13

项 目	自 同 步	激振器偏转式自同步
激振器位置简图	<p>O 为机体质心, O_1、O_2 为激振器两个回转轴心, O' 为 O_1O_2 的中点, l 为 OO' 的距离, l_a 为 O_1O' 及 O_2O' 的距离, α 为机体倾角, 机体质量为 m, 绕 O 的转动惯量为 I</p>	<p>为了降低机体高度, 改善受力状态, 通常将 O_1O_2 绕 O' 偏转到 O_1O_2 平行于机体的底面, 即偏转 γ 角</p>
同步性条件	<p>同步性条件: $\left \frac{m_0^2 r^2 \omega^2 W}{\Delta M_g - \Delta M_f} \right \geq 1$</p> <p>对远超共振振动机稳定性条件: $W \approx \frac{l_a}{I + \sum I_0} > 0$</p> <p>从同步性条件和稳定性条件来看, l_a 越大, 两电动机驱动力矩差 ΔM_g 及两激振器摩擦阻矩差 ΔM_f 越小, 越容易同步</p>	
振动方向角	$\delta = \beta + \alpha$	$\delta = 90^\circ - \gamma + \frac{1}{2} \Delta \varphi$ $\Delta \varphi = -\cot \frac{l^2 + l_a^2 \cos 2\gamma}{l_a \sin 2\gamma}$
机体运动轨迹	全机体直线运动轨迹	有力矩作用和摆动, 机体除质心外为近于直线的椭圆轨迹

5 近共振类振动机

5.1 惯性共振式

5.1.1 主振系统的动力参数

图 17-6-13a 所示为单轴惯性共振式振动机，该机在单轴惯性激振器激励下，会产生摆动，但与主系统振动相比，还是很小的。图 17-6-13b 为双轴惯性共振式振动机，该振动机为直线振动。两机主振系统的力学模型如图 17-6-13c 所示。动力参数设计见表 17-6-14。

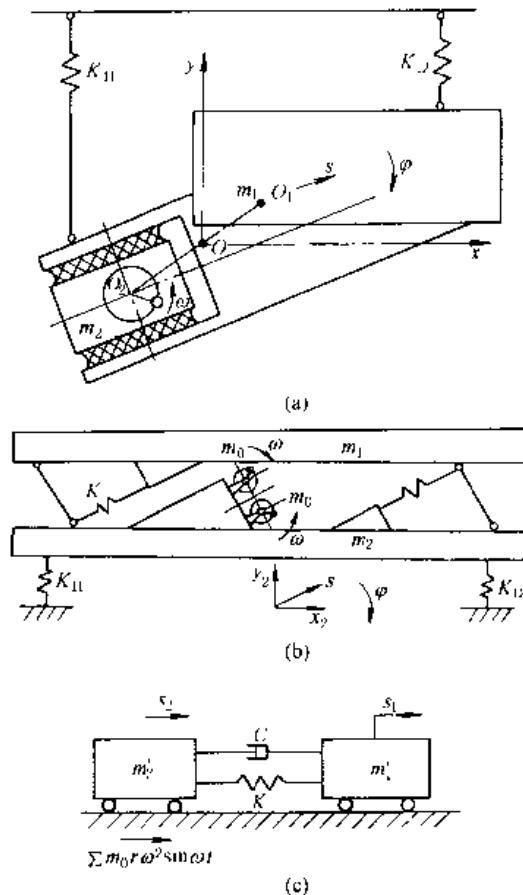


图 17-6-13 惯性共振式振动机
及主振系统的力学模型

表 17-6-14

惯性共振式与弹性连杆共振式动力参数设计计算

项 目	惯 性 共 振 式	弹 性 连 杆 式
隔振弹簧总刚度	$K_y = \frac{1}{Z_0^2} (m_1 + m_2) \omega^2$	频率比，通常取 $Z_0 = 3 \sim 5$ ，对有物料作用 振动机， Z_0 可适当取小
工作机体质量 m_1	根据振动机的工作要求（包括振动参数、 B_1 、 ω 、 Q 和机体尺寸等）及机体的强度和刚度确定	
质体 2 的质量 m_2	$m_2 = (0.4 \sim 0.8) m_1$ ， m_2 为附加质量，应尽量减小， m_2 越小，则相对运动振幅 B 越大，因此， m_2 在主振弹簧变形量允许的条件下，尽量选得小些	
诱导质量	$m' = \frac{m'_1 m'_2}{m'_1 + m'_2}$ $m'_1 = m_1 + K_m m_m - \frac{K_1}{\omega^2}$ $m'_2 = m_2 - \frac{K_2}{\omega^2}$ K_1 、 K_2 — 分别为作用于 m_1 和 m_2 上的隔振弹簧沿 s 方向的刚度，由 K_{11} 、 K_{12} 计算求得， K_2 在概算时可忽略	

续表

项 目	惯 性 共 振 式	弹 性 连 杆 式
主振弹簧总刚度	$K = \frac{1}{Z^2} m \omega^2 \quad (\text{N/m})$ 通常取 $Z = 0.75 \sim 0.95$	$K = m \omega^2 \quad (\text{N/m})$ $m = \frac{m'_1 m'_2}{m'_1 + m'_2}, \quad m'_1 \approx m_1 - \frac{K_t}{\omega^2}$
连杆弹簧总刚度		$K_0 = \left(\frac{1}{Z^2} - 1 \right) m \omega^2 = \left(\frac{1}{Z^2} - 1 \right) K$ 线性振动机取 $Z = 0.82 \sim 0.88$ 非线性振动机取 $Z = 0.85 \sim 0.92$
相位差角	$\alpha = \arctan \frac{2 \zeta Z}{1 - Z^2}$ ζ ——阻尼比，常取 $\zeta = 0.02 \sim 0.07$ Z ——频率比，常取 $\zeta = 0.75 \sim 0.95$	$\alpha = \arctan \frac{2 \zeta Z}{1 - Z^2}$ 常取 $\zeta = 0.02 \sim 0.07$ 在有载条件下： 线性振动机取 $Z = 0.8 \sim 0.9$ 非线性振动机取 $Z = 0.85 \sim 0.95$
相对运动振幅	$B = - \frac{m'}{m'_2} \times \frac{\sum m_0 r \omega^2 \cos \alpha}{K - m' \omega^2}$ $= - \frac{1}{m'_2} \times \frac{Z^2 \sum m_1 r \omega^2 \cos \alpha}{K - m' \omega^2}$	$B = \frac{K_0 r \cos \alpha}{K_0 + K - m' \omega^2}$
绝对振幅	$B_1 = \frac{KB}{m'_1 \omega^2}, \quad B_2 = \left(\frac{K}{m'_1 \omega^2} - 1 \right) R$	$B_1 = \frac{(K_0 + K)}{m'_1 \omega^2} B, \quad B_2 = \left(\frac{K_0 + K}{m'_1 \omega^2} - 1 \right) B$
传给基础的动载荷	$F_x = K_x B_{1x}, \quad B_{1x}, B_{1y}$ —— x, y 方向的弹簧 K_x 的振幅 $F_y = K_y B_{1y}, \quad K_x, K_y$ ——弹簧 K_x 在 x, y 方向的刚度 说明：需另外加静载荷（总重量）	

5.1.2 激振器动力参数设计

表 17-6-15

项 目	计 算 公 式	概 算 公 式
激振力幅值和偏心质量矩	$\Sigma m_0 r \omega^2 = - \frac{m'_2 B (K - m \omega^2)}{m \cos \alpha} \quad (\text{N})$ $\Sigma m_0 r = (\Sigma m_0 r \omega^2) / \omega^2 \quad (\text{kg} \cdot \text{m})$	$\Sigma m_0 r = - \frac{m'_2 B (1 - Z^2)}{Z^2}$ Z ——频率比，通常取 $Z = 0.75 \sim 0.95$
电机功率	振动阻尼所消耗的功率： $N_z = \frac{1}{2000} C \omega^2 B^2$ 轴承摩擦所消耗的功率： $N_f = \frac{1}{2000} f_d \Sigma m_0 r \omega^3 d_1$ 总功率： $N = \frac{1}{\eta} (N_z + N_f)$ $C = 2 \zeta m \omega / Z$	ζ ——阻尼比，通常取 $\zeta = 0.02 \sim 0.07$ f_d ——轴承摩擦因数，通常取 $f_d = 0.005 \sim 0.007$ d_1 ——轴承内外圈平均直径， m η ——传动效率，通常取 $\eta = 0.95$

注：概算公式只在假定参振质量 m 条件下试算中用。

5.2 弹性连杆式

5.2.1 主振系统的动力参数

弹性连杆式激振器如图 17-6-14 所示。当曲柄回转时，通过连杆和连杆弹簧能够带动工作机体实现直线往复运动。弹性连杆式振动机为近共振类振动机，如果振动机为单质体，势必会使传给基础的动载荷很大。如将激振器装在如图 17-6-15a 所示的两个振动质体之间，驱动两质体作相对直线运动，经过隔振，传给基础的动载荷明显减小。主振系统的力学模型如图 17-6-15b 所示，其相对运动微分方程为：

$$m\ddot{s} + Cs + (K + K_0)s = K_0 r \sin \omega t \quad (17-7-30)$$

式中 m ——诱导质量，kg， $m = \frac{m'_1 m'_2}{m'_1 + m'_2}$ ， $m'_1 = m_1 - \frac{K_1}{\omega^2}$ ， $m'_2 = m_2 - \frac{K_2}{\omega^2}$ ；

K_1 、 K_2 ——分别为作用于 m_1 、 m_2 的隔振弹簧总刚度，N/m，图 17-6-15a 所示系统中 $K_1 = 0$ ， $K_2 = (K_{11x} + K_{12x}) \times \sin^2 \alpha + (K_{11z} + K_{12z}) \cos^2 \alpha$ 。

设计参数见表 17-6-14。

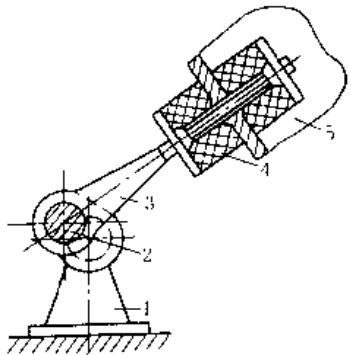


图 17-6-14 弹性连杆式激振器

1—基座；2—曲柄；3—连杆；
4—弹簧；5—工作机体

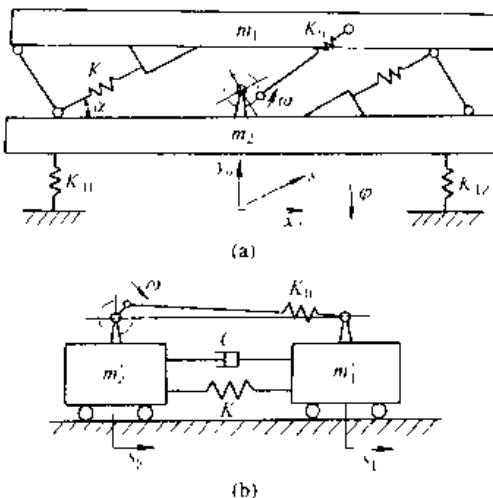


图 17-6-15 弹性连杆式振动机及主振系统的力学模型

5.2.2 激振器动力参数设计

表 17-6-16

项 目	计 算 公 式	参 数 选 择
连杆受力最小条件	主振弹簧刚度 $K = m\omega^2 \quad (\text{N/m})$	当频率比 Z 按空载条件选取时， m 也按空载计算，即按 $K_m m_m = 0$ 计算
连杆弹簧刚度	$K_0 = \left(\frac{1}{Z^2} - 1 \right) m\omega^2 = \left(\frac{1}{Z^2} - 1 \right) K \quad (\text{N/m})$	空载 ($K_m m_m = 0$) 条件下，线性振动机取 $Z = 0.82 \sim 0.88$ ，非线性振动机取 $Z = 0.85 \sim 0.92$
曲柄半径	$r = \frac{B}{\cos \alpha}$	$\alpha = \arctan \frac{2\zeta Z}{1 - Z^2} \quad \zeta = 0.02 \sim 0.07$
名义激振力	$K_0 r = \frac{K_0 B}{\cos \alpha}$	

续表

项 目	计算公式	参 数 选 择
最大启动力矩 (按静刚度计算)	线性振动机 $M_c = \frac{K_0 K r^2}{2(K_0 + K)} \quad (\text{N}\cdot\text{m})$ 对间隙弹簧非线性振动机 $M_c = \frac{K_0 K_e r^2}{K_0 + K_e} \left(\frac{1}{2} \sin 2\varphi_m - \frac{e}{r} \cos \varphi_m \right)$ $\varphi_m = \arcsin \left[\frac{1}{4} \left(\frac{e}{r} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{e}{4r} \right)^2 + 0.5} \right]$	K_0 —— 连杆弹簧刚度, N/m K —— 主振弹簧刚度, N/m r —— 曲柄半径, m K_e —— 间隙弹簧等效线性刚度, N/m $K_e = \Delta K \left\{ 1 - \frac{4}{\pi} \left(\frac{e}{r} \right) \times \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{e}{r} \right)^2 - \frac{1}{40} \left(\frac{e}{r} \right)^4 \right] \right\}$ 通常 $\left(\frac{e}{r} \right) < 0.7$ ΔK —— 间隙弹簧刚度, N/m e —— 间隙
电机功率	按启动力矩计算 $N_t = M_c \omega / (1000 \eta K_0) \quad (\text{kW})$ 正常工作时的功率 $N = \frac{K_0 e^2 \omega \sin^2 \alpha}{4000 \eta} \quad (\text{kW})$	K_t —— 启动转矩系数, 考虑到 M_c 未乘安全系数, 通常取 $K_t = 1.2 \sim 1.5$ η —— 传动效率, 通常取 $\eta = 0.9 \sim 0.95$ 正常工作时功率也可按表 17-6-15 计算
连杆所受最大力	启动时: $F_c = 2M_c/r \quad (\text{N})$ 正常工作时: $F = K_0 \sqrt{B^2 + r^2 - 2Br \cos \alpha}$	

5.3 主振系统的动力平衡

对于如图 17-6-13b 和图 17-6-15 所示的直线振动机, 可采用图 17-6-16 所示的动力平衡机构。两质体之间有如图 17-6-18 所示的橡胶铰链式导向杆, 整个机器通过此导向杆的中间铰链与刚性底座或弹性底座固定。工作时, 两质体绕导向杆中间摆动, 两质体运动方向相反, 惯性力方向也相反。当两质体质量相等时, 两惯性力可以获得平衡。实际上, 两质体的质量及其中的物料的质量很难完全相等, 所以, 还有一部分未平衡的惯性力传给基础。如基础能够承受, 就采用图 17-6-16a 所示刚性底座形式。如果承受不了, 还可采用图 17-6-16b 的形式, 进一步减振。

如果图 17-6-13b 和图 17-6-15a 所示的振动机是一个有弹性支座的单槽振动输送机, 采取上述动力平衡措施后, 动力特性也有相应变化, 其诱导质量和相对振幅计算公式见表 17-6-17。

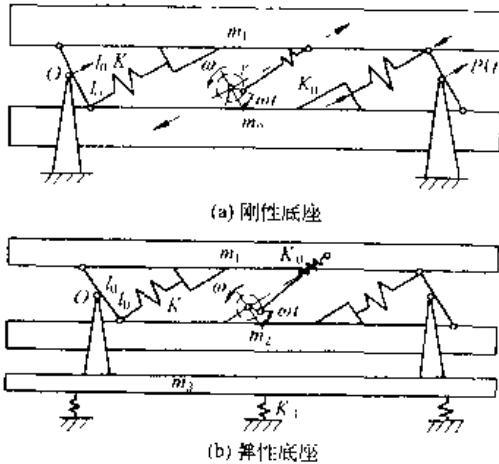


图 17-6-16 平衡式近共振类振动机

表 17-6-17

诱导质量和相对振幅计算表

振动机形式	弹性底座单槽振动输送机	双槽振动输送机	
		刚 性 底 座	弹 性 底 座
空载诱导质量	$m = \frac{m_1 m'_2}{m_1 + m'_2}$	$m = \frac{1}{4} (m_1 + m_2)$	$m = \frac{1}{4} \left[m_1 + m_2 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2 + m'_1} \right]$

续表

振动机形式	弹性底座单槽振动输送机	双槽振动输送机	
		刚性底座	弹性底座
有载诱导质量	$m' = \frac{m'_1 m'_2}{m'_1 + m'_2}$	$m' = \frac{1}{4} (m'_1 + m'_2)$	$m' = \frac{1}{4} \left[m'_1 + m'_2 - \frac{(m'_1 - m'_2)^2}{m'_1 + m'_2 + m'_3} \right]$
相对振幅	$B = \frac{m'_1}{m} B_1$	$B = 2B_1 = 2B_2$	$B = \frac{2 (m'_1 + m'_2 + m'_3)}{2m'_2 + m'_1} B_1$ $= \frac{2 (m'_1 + m'_2 + m'_3)}{2m'_1 + m'_3} B_2$
说明	$m'_2 = m_2 - \frac{K_2}{\omega^2}$	$m' = m_1 + K_m m_m$ $m'_2 = m_2 + K_m m_m$	$m'_1 = m_1 + K_m m_m$ $m'_2 = m_2 + K_m m_m$ $m'_3 = m_3 - \frac{K_3}{\omega^2}$

5.4 导向杆和橡胶铰链

近共振类振动机主振系统采用的导向杆常见的有两种：一种是板弹簧导向杆（图 17-6-17），可用弹簧钢板、酚醛压层板、竹片或优质木材等制成，多用于中小型振动机；另一种是橡胶铰链导向杆（图 17-6-18），多用于大型振动机。图 17-6-18 是平衡式振动机的刚性导向杆，能承受较大负荷，在导向杆的两端和中间部位有三个孔，孔中装有如图 17-6-19 所示的橡胶铰链，橡胶铰链可以根据它所承受的扭矩和径向力按本手册第 11 篇第 16 章橡胶弹簧进行设计。

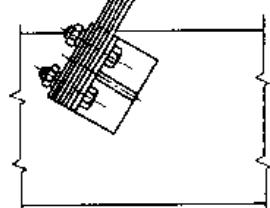
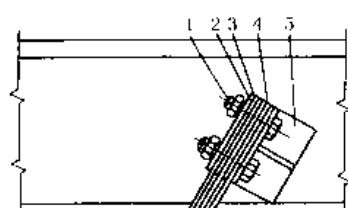


图 17-6-17 板弹簧的结构

- 1—紧固螺栓；2—压板；
- 3—板弹簧；4—垫片；
- 5—支座

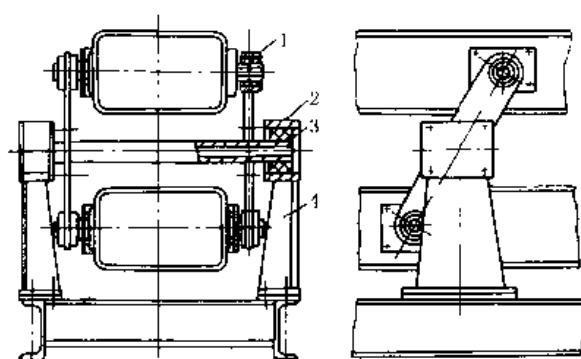


图 17-6-18 平衡式振动输送机的橡胶铰链式导向杆

- 1—两端橡胶铰链；2—滑块；3—中间橡胶铰链；4—支座

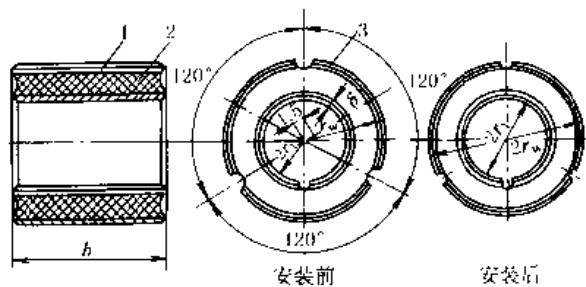


图 17-6-19 橡胶铰链结构

- 1—橡胶圈；2—内环；3—外环

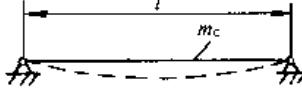
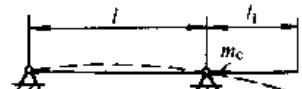
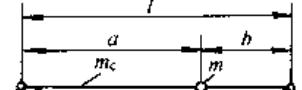
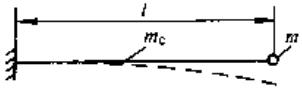
5.5 振动输送类振动机整体刚度和局部刚度的计算

槽体的刚度计算是一项重要的工作。计算槽体的刚度，实际上是计算槽体横向振动的固有圆频率，槽体横向振动固有圆频率与工作频率一致时，就会使槽体的弯曲振动显著增大。更严重的是，当出现较大弯曲振动时，会使它的振幅和振动方向角发生明显变化，在槽体不同位置上物料平均输送速度有显著差异，某些部位物料急剧跳动，物料快速向前运动，另一些部位，物料仅轻微滑动，有时甚至会出现反方向运动，使机器难以正常工作。因此，在设计与调试时，必须避免槽体各阶弯曲振动的固有圆频率与工作频率相接近。

各段槽体固有圆频率按表 17-6-18 公式计算。通过对各段槽体固有圆频率的计算，可以确定较为合理的支承点间距 l 。支承点间距越小，固有圆频率越高。因此，支承点间距要根据振动输送机工作频率高低及机器大小在 2.5m 的范围内进行选择。工作频率越高，支承点间距 l 越小；机器越小，即断面惯性矩 J_s 也越小，支承点间距 l 也应越小。通常振动强度 $K = 4 \sim 6$ 及小型机器时， $l < 1m$ ；振动强度 $K < 4$ 及大机器时， $l = 1 \sim 2.5m$ ；当支承点间有集中载荷时，应取较小值。

表 17-6-18

振动输送槽体段的固有圆频率

典型模型	固有圆频率/rad·s ⁻¹	适用范围
	$\omega_{nl} = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EJ_s}{m_c}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	振动输送机导向杆之间的各段槽体
	$\omega_{nl} = \left(\frac{a_1}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EJ_s}{m_c}}$	振动输送机两端槽体段，系数 a_1 参见表 17-6-19
	$\omega_{nl} = \sqrt{\frac{3EJ_s}{(m/l + 0.49m_c) a^2 b^2}}$	振动输送机安装有传动部或给料口、排料口的槽体段。集中力为相应部分质量的惯生力
	$\omega_{nl} = \sqrt{\frac{3EJ_s}{(m/l + 0.24m_c) l^4}}$	振动输送机两端有给料口或排料口槽体段

注： J_s —槽体的截面惯性矩， m^4 ； m —集中质量， kg ； m_c —分布质量， kg/m ； l —两支承的距离或悬臂长度， m ；
 l_1 —外伸端长度， m ； a 、 b —集中质量与两端的距离。

表 17-6-19

系数 a_1

l_0/l	1	0.75	0.5	0.33	0.2
a_1	1.5	1.9	2.5	2.9	3.1

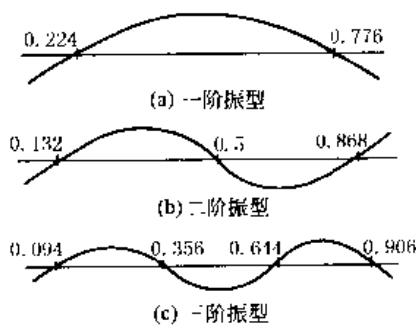
弹簧隔振双质体振动输送机总体出现弹性弯曲振动的固有圆频率：

$$\omega_{nl} = \sqrt{\left[\left(\frac{4.73}{l} \right)^4 E \sum J_1 + \sum K_1 \right] \frac{1}{\sum m_1}}$$

$$\omega_{n2} = \sqrt{\left[\left(\frac{7.853}{l} \right)^4 E \sum J_1 + \sum K_1 \right] \frac{1}{\sum m_1}}$$

$$\omega_{n3} = \sqrt{\left[\left(\frac{10.996}{l} \right)^4 E \sum J_1 + \sum K_1 \right] \frac{1}{\sum m_1}}$$

(17-7-31)



式中 l —输送机长度， m ；

$\sum J_1$ —弯曲振动方向上总截面惯性矩， m^4 ；

$\sum m_1$ —单位长度上的总质量， kg ；

$\sum K_1$ —槽体单位长度上所安装的隔振弹簧刚度， N/m 。

图 17-6-20 振动输送机的弯曲振动的振型

各阶固有圆频率对应的振型如图 17-6-20 所示。

槽体出现弹性弯曲时，主要的调试方法是改变隔振弹簧刚度和支承点，或增减配重，使工作频率避开固有圆频率。

5.6 近共振类振动机工作点的调试

借助测试，可以了解近共振振动机的固有圆频率，确定怎样调试，向哪个方向调试。因此，设计时应考虑调试方法：(1) 弹簧数目较多时，可通过改变刚度方法调试工作点；(2) 弹簧数量少时，主要是通过增减配重来进行调试，设计时应留有增减配重的装置；(3) 当激振器采用带传动时，可以适当修改传动带轮直径，改变工作转速可调节频率比，但改变不能太大，以免影响机械的工作性能；(4) 弹性连杆激振器可通过改变连杆弹簧的预压量来改变总体刚度。

5.7 间隙非线性弹簧设计

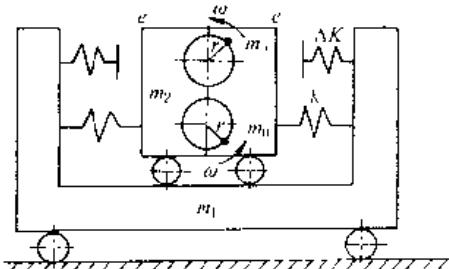


图 17-6-21 带有间隙非线性弹簧的惯性共振式振动机力学模型

带有间隙分段线性的非线性弹簧在振动机中的配置如图 17-6-21 所示。根据振动机要求，可按主振系统线性刚度计算公式求出其等效刚度 K_e 。然后按下式求得非线性弹簧刚度：

$$\Delta K = \frac{K_e - K}{1 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{e}{B} \right) \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{e}{B} \right)^2 - \frac{1}{40} \left(\frac{e}{B} \right)^4 \right]} \quad (17-6-32)$$

式中 K ——主振弹簧中线性弹簧刚度， $K \ll \Delta K$ ，只要主振系统允许浮动， K 可取为零；

$\left(\frac{e}{B} \right)$ ——隙幅比，通常 $\left(\frac{e}{B} \right) = 0.3 \sim 0.5$ ， e 为弹簧的平均间隙， B 为振动机振幅。

6 振动机械动力参数设计示例

6.1 远超共振惯性振动机动力参数设计示例

已知某自同步振动给料机（图 17-6-9），振动质体的总质量为 740kg，转速 $n = 930\text{r}/\text{min}$ ，振幅 $B = 5\text{mm}$ ，物料呈抛掷运动状态，给料量 $Q = 220\text{t}/\text{h}$ ，物料平均输送速度 $v_m = 0.308\text{m}/\text{s}$ ，槽体长 $L = 1.5\text{m}$ ，振动方向角 $\delta = 30^\circ$ ，槽体倾角 $\alpha = 0$ ，设计其动力参数。

(1) 隔振弹簧刚度

查表 17-6-2 取隔振系统频率比 $Z = 4$ ，系统振动的圆频率：

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \times 930}{30} = 97.4 \text{ rad/s}$$

隔振弹簧总刚度：

$$\Sigma K = \frac{1}{Z^2} m \omega^2 = \frac{1}{4^2} \times \frac{740}{1000} \times 97.4^2 = 438.7 \text{ kN/m}$$

取 $\Sigma K = 440\text{kN/m}$ ，采用四只悬吊弹簧，则每只弹簧刚度：

$$K = \frac{\Sigma K}{4} = \frac{440}{4} = 110 \text{ kN/m}$$

(2) 参振质量

根据式 (17-6-8)，

$$D = \frac{B \omega^2 \sin \delta}{g \cos \alpha} = \frac{0.005 \times 97.4^2 \sin 30^\circ}{9.8 \times \cos 0} = 2.42$$

由表 17-6-8 插入法查得 $K_m = 0.12$ ，再根据式 (17-6-15)

$$m_m = \frac{QL}{3600\omega_m} = \frac{220 \times 1000 \times 1.5}{3600 \times 0.308} = 292 \text{ kg}$$

参振质量:

$$m = m_p + K_m m_m = 740 + 0.12 \times 292 = 775 \text{ kg}$$

(3) 等效阻尼系数

$$C = 0.14 m\omega = 0.14 \times \frac{775}{1000} \times 97.4 = 10.57 \text{ kN.s/m}$$

(4) 激振力幅值和偏心质量矩

按图 17-6-9, 折算到 s 方向上的弹簧刚度:

$$K_s = \sum K \sin^2 \delta = 440 \times \sin^2 30^\circ = 110 \text{ kN/m}$$

相位差角:

$$\alpha = \arctan \frac{C\omega}{K_s - m\omega^2} = \arctan \frac{10.57 \times 97.4}{110 - 0.775 \times 97.4^2} = 172^\circ$$

激振力幅值:

$$P = \sum m_0 r \omega^2 = \frac{1}{\cos \alpha} (K_s - m\omega^2) B = \frac{1}{\cos 172^\circ} (110 - 0.775 \times 97.4^2) \times 0.005 = 36.57 \text{ kN}$$

因采用双轴自同步激振器, 每一激振器的激振力为 18.28kN, 每一激振器采用四片偏心块, 每片偏心块的质量矩

$$m_0 r = \frac{18.28 \times 1000}{4 \times 97.4^2} = 0.48 \text{ kg.m}$$

(5) 电机功率

振动阻尼所消耗的功率:

$$N_t = \frac{0.14}{2000} m\omega^3 B^2 = \frac{0.14}{2000} \times 775 \times 97.4^3 \times 0.005^2 = 1.25 \text{ kW}$$

轴承摩擦所消耗的功率:

取轴承中径 $d_1 = 0.05 \text{ m}$, $f_d = 0.007$, 则

$$N_f = \frac{1}{2000} f_d / P_{ord} d_1 = \frac{1}{2000} \times 0.007 \times 36570 \times 97.4 \times 0.05 = 0.62 \text{ kW}$$

总功率: 取 $\eta = 0.95$, 则

$$N = \frac{1}{\eta} (N_s + N_t) = \frac{1}{0.95} (1.25 + 0.62) = 1.97 \text{ kW}$$

选用两台振动电机以自同步形式做为激振器, 根据激振力、激振频率、功率要求, 选取两台 YZ0-20-6 型振动电机, 激振力为 $20 \times 2 = 40 \text{ kN}$, 激振频率为 950 r/min , 功率为 $1.5 \times 2 = 3 \text{ kW}$, 满足设计要求。

(6) 传给基础的动载荷

按表 17-6-12 说明, 因是悬挂弹簧,

$$F_y = \sum KB \sin \delta = 438.7 \times 0.005 \times \sin 30^\circ = 1.1 \text{ kN}$$

6.2 惯性共振式振动机动力参数设计示例

某非线性振动共振筛, 力学模型如图 17-6-13b 所示, 但机体与水平成 5° 倾角安装 (图中右端低), 主振弹簧 K 采用图 17-6-21 形式, 其筛体质量 $m_1 = 835 \text{ kg}$, 振动方向角 $\delta = 45^\circ$, 转速 $n = 800 \text{ r/min}$, 振幅 $B_1 = 6.5 \text{ mm}$, 机体内的平均物料量 $m_m = 750 \text{ kg}$, 试进行其动力参数设计。

(1) 预估参振质量

振动机械设计中的主要困难就是未知量太多，首先遇到的问题是参振质量，甚至 m_1 、 m_2 全未知， m_m 可从运动学参数设计中确定。 m_1 可根据机体尺寸、振动参数、结构强度预估为 $m_1 = 835\text{kg}$ ， m_2 受到主振弹簧允许变形量的限制，预估 $m_2/m_1 = 0.7$ ， $m_2 = 0.7m_1 = 0.7 \times 835 = 584.5\text{ kg}$ 。

(2) 隔振弹簧刚度

选取隔振弹簧 K_1 （图 17-6-13b 中的 K_{11} 、 K_{12} ）的频率比 $Z_0 = 3.2$ ，以下按表 17-6-14 计算。

激振圆频率 $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \times 800}{30} = 83.78\text{rad/s}$ ，隔振弹簧总刚度为：

$$\sum K_1 = \frac{1}{Z_0^2} (m_1 + m_2) \omega^2 = \frac{1}{3.2^2} \times (835 + 584.5) \times 83.78^2 = 972.9 \times 10^3 \text{N/m} = 972.9 \text{kN/m}$$

隔振弹簧采用四角均匀布置，每角 2 只弹簧，一只弹簧的刚度为：

$$K = \frac{\sum K_1}{8} = \frac{972.9}{8} = 121.6 \text{kN/m}$$

(3) 诱导质量

由于 $D = \frac{B_1 \omega^2 \sin \delta}{g \cos \alpha} = \frac{0.0065 \times 83.78^2 \times \sin 45^\circ}{9.8 \times \cos 5^\circ} = 3.3$ ，从表 17-6-8 查得 $K_m \approx 0$ ，为安全起见，取 $K_m = 0.01$ 簿体的拆算质量：

$$m'_1 = m_1 + K_m m_m = \frac{\sum K_1}{\omega^2} = 835 + 0.01 \times 750 = \frac{972.9 \times 10^4}{83.78^2} = 704 \text{ kg}$$

诱导质量：

$$m = \frac{m'_1 m_2}{m'_1 + m_2} = \frac{704 \times 584.5}{704 + 584.5} = 319 \text{ kg}$$

(4) 主振弹簧刚度

选取频率比 $Z = 0.9$ ，则

$$K_r = \frac{1}{Z^2} m \omega^2 = \frac{1}{0.9^2} \times \frac{319 \times 83.78^2}{1000} = 2764 \text{kN/m}$$

如果主振弹簧为分段线性弹簧，选取 $\frac{c}{B} = 0.4$ ，软特性弹簧 $K = 600\text{kN/m}$ ，即采用 6 只刚度为 100kN/m 的弹簧连接两个质体（如图 17-6-21），则硬弹簧刚度按式 (17-6-32) 计算：

$$\begin{aligned} \Delta K &= \frac{K_r - K}{1 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{c}{B} \right) \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{c}{B} \right)^2 - \frac{1}{40} \left(\frac{c}{B} \right)^4 \right]} \\ &= \frac{2764 - 600}{1 - \frac{\pi}{4} \times 0.4 \times \left(1 - \frac{1}{6} \times 0.4^2 - \frac{1}{40} \times 0.4^4 \right)} \approx 3116 \text{kN/m} \end{aligned}$$

当硬弹簧采用 3 只并联弹簧时，则 1 只弹簧刚度

$$\Delta K' = \frac{\Delta K}{3} = \frac{3116}{3} = 1038 \text{kN/m}$$

(5) 相位差角

选取阻尼比 $\zeta = 0.05$ ，则

$$\alpha = \arctan \frac{2\zeta Z}{1 - Z^2} = \arctan \frac{2 \times 0.05 \times 0.9}{1 - 0.9^2} = 25.3^\circ$$

(6) 相对振幅

由于已知 B_1 ，查表 17-6-14， $K = \frac{1}{Z^2} m \omega^2$ 及 $B_1 = \frac{KB}{m'_1 \omega^2}$ 可得

$$B = \frac{m'_1 Z^2}{m} B_1 = \frac{704 \times 0.9^2}{319} \times 0.0065 = 0.0116 \text{ m}$$

$$B_2 = B_1 - B = 0.0065 - 0.0116 = -0.0051 \text{ m}$$

(7) 偏心质量矩

$$\sum m_0 r = \frac{m_2 B (1 - Z^2)}{Z^2 \cos \alpha} = \frac{584.5 \times 0.0116 \times (1 - 0.9^2)}{0.9^2 \times \cos 25.3^\circ} = 1.76 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

(8) 激振力幅

$$\sum m_0 r \omega^2 = 1.76 \times 83.78^2 = 12354 \text{ N}$$

(9) 电机功率

振动阻尼所消耗的功率: $C = 2 \zeta m \frac{\omega}{Z} = 2 \times 0.05 \times m \omega / 0.9 = 0.11 m \omega$

$$\begin{aligned} N_z &= \frac{1}{2000} C \omega^2 B^2 = \frac{0.11}{2000} m \omega^3 B^2 \\ &= \frac{0.11}{2000} \times 319 \times 83.78^2 \times 0.0116^2 = 1.39 \text{ kW} \end{aligned}$$

轴承摩擦所消耗的功率取: $N_f = 0.8 N_z$

$$\text{总功率: } N = \frac{1}{\eta} (N_z + N_f) = \frac{1}{0.95} (1.39 + 0.8 \times 1.39) = 2.63 \text{ kW}$$

选用一台 3kW 的电机。

(10) 传递基础的动载荷

$$F_T = \sum K_i B_i \sin(\delta - \alpha) = 972.9 \times 0.0051 \times \sin(45^\circ - 5^\circ) = 3.2 \text{ kN}$$

振动机械的设计过程大致可分为这样几个阶段。首先在预估参振质量 m_1 的条件下，协调好 m_1 、 m_2 、主振弹簧 K 、绝对振幅 B_1 、相对振幅 B 之间的关系，然后进行主振弹簧、隔振弹簧设计、激振器设计，初步设计告一段落。设计的第二阶段为绘制设计草图，计算出参振机体的质量 m_1 ，转动惯量 J_1 ，质心位置 O_1 ，第二阶段主要是结构设计阶段。第三阶段为精确设计计算阶段，这一阶段，根据精确质量 m_1 、 J_1 协调各动力参数关系，再重新校核各零件的设计参数，最终设计参数被确定。

6.3 弹性连杆式振动机动力参数设计示例

如图 17-6-16 所示的平衡式弹性连杆式振动输送机，经过初步设计之后，确定上槽体质量 $m_1 = 1838 \text{ kg}$ ，下槽体质量 $m_2 = 2150 \text{ kg}$ ，两槽体中的平均物料量均为 $m_m = 1600 \text{ kg}$ ，底架质量 $m_3 = 6130 \text{ kg}$ ，该输送机振动方向角 $\delta = 30^\circ$ ，水平布置，转速 $n = 600 \text{ rev/min}$ ($\omega = 62.8 \text{ rad/s}$)，振动槽体的振幅 $A_1 = -A_2 = 7 \text{ mm}$ 。试设计其动力学参数。

(1) 隔振弹簧刚度 (按表 17-6-14)

选取隔振频率比 $Z_0 = 3$ ，则

$$\sum K_3 = \frac{1}{Z_0^2} (m_1 + m_2 + m_3) \omega^2 \approx \frac{1}{3^2} \times \frac{1838 + 2150 + 6130}{1000} \times 62.8^2 = 4434 \text{ kN/m}$$

(2) 诱导质量

由于 $D = \frac{B_1 \omega^2 \sin \delta}{g \cos \alpha} = \frac{0.007 \times 62.8 \times \sin 30^\circ}{9.8 \times \cos 0} = 1.4$ ，从表 17-6-8 可推得 $K_m = 0.25$ ，所以

$$m'_1 = m_1 + K_m m_m = 1838 + 0.25 \times 1600 = 2238 \text{ kg}$$

$$m'_2 = m_2 + K_m m_m = 2150 + 0.25 \times 1600 = 2550 \text{ kg}$$

$$m'_3 = m_3 - \frac{\sum K_3}{\omega^2} = 6130 - \frac{4434 \times 10^3}{62.8^2} = 5008 \text{ kg}$$

空载诱导质量 (表 17-6-17):

$$m = \frac{1}{4} \left[m_1 + m_2 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2 + m_3} \right] = \frac{1}{4} \times \left[1838 + 2150 - \frac{(1838 - 2150)^2}{1838 + 2150 + 5008} \right] = 994 \text{ kg}$$

有载诱导质量 (表 17-6-17):

$$m' = \frac{1}{4} \left[m'_1 + m'_2 - \frac{(m'_1 - m'_2)^2}{m'_1 + m'_2 + m'_3} \right] = \frac{1}{4} \times \left[2238 + 2550 - \frac{(2238 - 2550)^2}{2238 + 2550 + 5008} \right] = 1194 \text{ kg}$$

(3) 土振弹簧刚度 (表 17-6-14)

$$K = m' \omega^2 = \frac{1194 \times 62.8^2}{1000} = 4708 \text{ kN/m}$$

(4) 连杆弹簧刚度 (表 17-6-14)

取 $Z = 0.85$, 则

$$K_0 = \left(\frac{1}{Z^2} - 1 \right) m' \omega^2 = \left(\frac{1}{0.85^2} - 1 \right) \times \frac{1194}{1000} \times 62.8^2 = 1808 \text{ kN/m}$$

(5) 相对振幅和相位差角

根据表 17-6-17 平衡式振动输送机振幅关系可求得:

$$B = B_1 + B_2 = 0.007 + 0.007 = 0.014 \text{ m}$$

当阻尼比取 $\zeta = 0.07$ 时, 相位差角 (表 17-6-14)

$$\alpha = \arctan \frac{2\zeta Z}{1 - Z^2} = \arctan \frac{2 \times 0.07 \times 0.85}{1 - 0.85^2} = 23.2^\circ$$

(6) 曲柄半径 (表 17-6-16)

$$r = \frac{B}{\cos \alpha} = \frac{0.014}{\cos 23.2^\circ} = 0.0145 \text{ m}$$

(7) 名义激振力 (表 17-6-16)

$$K_0 r = 1808 \times 0.0145 = 26.2 \text{ kN}$$

(8) 所需功率 (表 17-6-16)

最大启动力矩:

$$M_o = \frac{K_0 K r^2}{2(K_0 + K)} = \frac{1808 \times 4708 \times 0.0145^2}{2 \times (1808 + 4708)} = 0.14 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

按启动力矩计算电机功率: 取 $\eta = 0.95$ 、 $K_e = 1.3$

$$N_p = \frac{M_o \omega}{\eta K_e} = \frac{0.14 \times 62.8}{0.95 \times 1.3} = 7.12 \text{ kW}$$

正常工作时的电机功率:

$$N = \frac{K_0 r^2 \omega \sin 2\alpha}{4\eta} = \frac{1808 \times 0.0145^2 \times 62.8 \times \sin(23.2 \times 2)}{4 \times 0.95} = 4.55 \text{ kW}$$

选用 Y160M-6 型电动机, 功率为 7.5kW, 转速 $n = 970 \text{ r/min}$.

(9) 传给基础的动载荷

底架 m_3 的振幅按下式近似计算:

$$B_3 = \left| \frac{B}{2} \times \frac{m'_1 - m'_2}{m'_1 + m'_2 + m'_3} \right| = \left| \frac{0.0145 \times (2238 - 2550)}{2 \times (2238 + 2550 + 5008)} \right| = 2.3 \times 10^{-4} \text{ m}$$

当隔振弹簧按照 $\sum K_3 = 4434 \text{ kN/m}$ 设计时, 隔振弹簧沿 y 方向和 x 方向的刚度分别为 $\sum K_y = 4434 \text{ kN/m}$, $\sum K_x = 2306 \text{ kN/m}$, 沿 y 方向传给基础的动载荷:

$$F_{T_2} = \sum K_y B_3 \sin \delta = 4434 \times 2.3 \times 10^{-4} \times \sin 30^\circ = 0.51 \text{ kN}$$

沿 x 方向传给基础的动载荷:

$$F_{T_2} = \sum K_x B_3 \cos \delta = 2306 \times 2.3 \times 10^{-4} \times \cos 30^\circ = 0.46 \text{ kN}$$

7 主要零部件

7.1 振动源三相异步电动机

振动电机技术参数

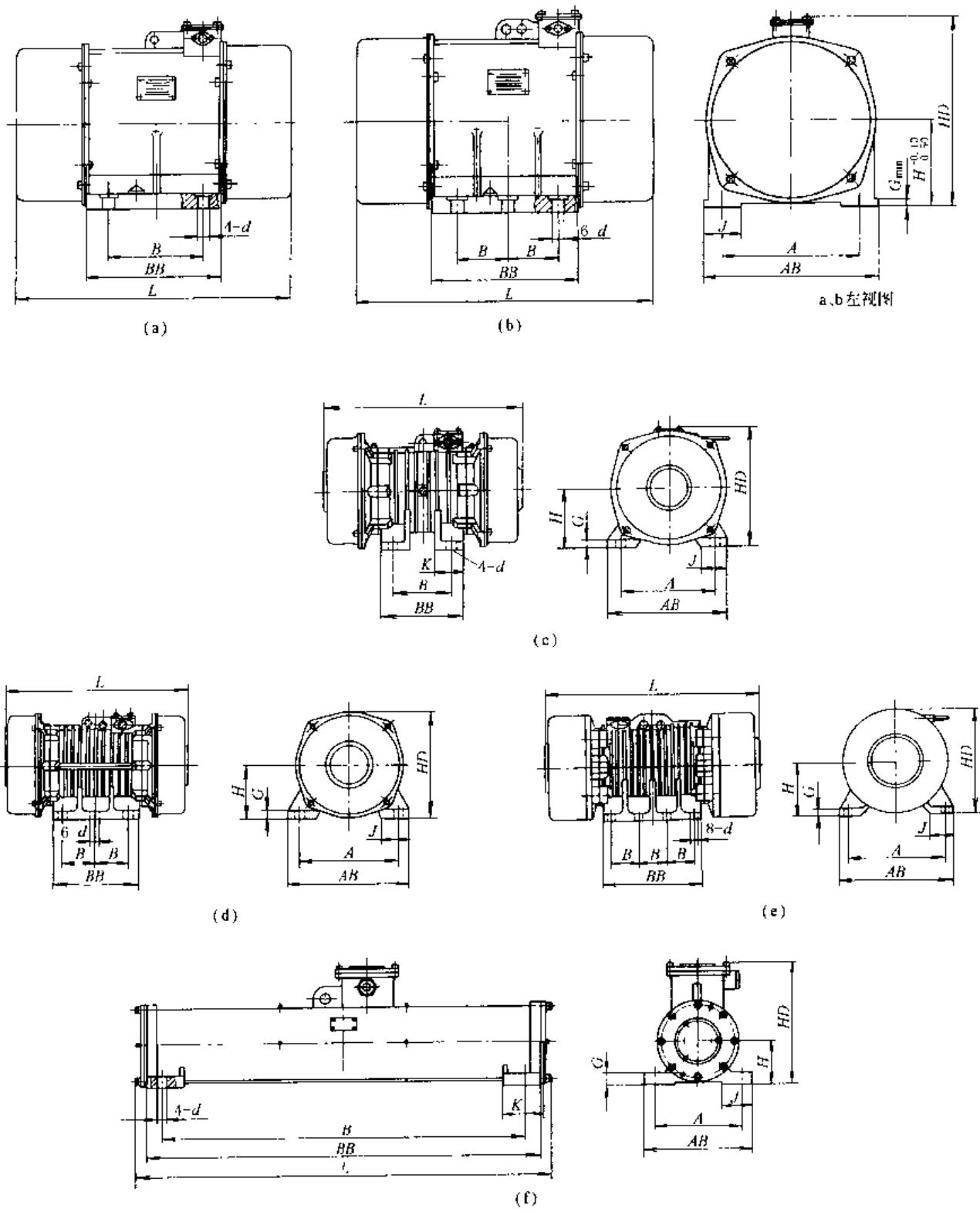


表 17-6-20

类 别	电 机 相 极	型 号	最 大 激 振 力 /kN	转 速 /r·min ⁻¹	额 定 功 率 /kW	额 定 电 流 /A	安 装 外 形 尺 寸 /mm										安 装 螺栓 尺寸	重 量 /kg	外 形 图	
							A	AB	J	B	BB	L	G	H	HD	d				
VBB 系列 隔爆型	相 极	VRB-552-W	3	2875	0.5	1.39	170	200	50	100	225	385	14	100	275	14	M12	45	图 a	
		VBB-10102-W	10	2880	1.0	2.34	200	250	60	110	255	465	16	123	310	22	M20	66	图 a	
		VBB-20202-W	20	2860	2.0	4.48	260	320	70	180	315	540	24	160	370	26	M24	140	图 a	
		VBB-40302-W	40	2870	3.0	6.2	280	360	100	180	415	655	33	160	370	38	M36	160	图 a	
		VBR-534-W	5	1430	0.25	0.76	170	200	50	100	225	415	14	100	275	14	M12	46	图 a	
	相 极	VBB-1054-W	10	1445	0.5	1.35	200	250	60	110	235	465	16	123	310	22	M20	66	图 a	
		VBB-20114-W	20	1430	1.1	2.73	220	270	60	160	295	520	22	140	340	26	M24	110	图 a	
		VBB-32154-W	31.5	1450	1.5	3.74	260	320	70	180	315	570	24	160	370	26	M24	133	图 a	
	极	VBB-52234-W	50	1450	2.25	5.34	350	430	100	220	363	650	30	190	430	38	M36	210	图 a	
		VBB-75374-W	75	1455	3.7	8.34	380	460	105	125	385	700	34	210	445	38	M36	350	图 b	
		VBB-84554-W	84	1450	5.5	11.52	380	460	105	135	465	800	34	210	445	38	M36	370	图 b	
		VBB-100754-W	100	1460	7.5	15.72	440	530	125	160	525	860	35	215	470	44	M42	500	图 b	
		VBB-326-W	3	950	0.2	0.81	170	200	50	100	225	440	14	100	275	14	M12	48	图 a	
VB 系列	相 极	VBB-546-W	5	955	0.38	1.24	200	250	60	110	235	485	16	123	310	22	M20	66	图 a	
		VBB-1076-W	10	960	0.7	2.12	220	270	60	160	295	530	22	140	340	26	M24	99	图 a	
		VBB-20156-W	20	965	1.52	3.96	260	320	70	180	315	595	24	160	370	26	M24	137	图 a	
		VBB-32246-W	31.5	965	2.4	5.96	350	400	100	140	255	520	28	190	430	26	M24	185	图 a	
		VBB-45306-W	45	975	3.0	7.41	350	430	100	220	363	700	30	190	430	38	M36	275	图 a	
	极	VBB-60376-W	60	975	3.7	9.02	350	430	100	220	363	770	30	190	430	38	M36	310	图 a	
		VBB-80556-W	80	970	5.5	12.1	440	530	125	125	445	840	35	215	470	44	M42	390	图 b	
		VBB-100756-W	100	980	7.5	16.47	440	530	125	160	525	1000	35	215	470	44	M42	500	图 b	
VB 系列	相 极	VB-322-W	3	2600	0.20	0.55	160	90	—	50	190	130	325	14	70	180	14	M12	20	图 c
		VB-552-W	3	2875	0.50	1.39	170	120	—	55	220	170	370	16	85	202	18	M16	31	图 c
		VB-10102-W	2	2880	1.0	2.35	200	140	75	60	250	220	445	18	105	240	22	M20	54	图 c
		VB-20202-W	2	2850	2.0	4.52	260	200	—	70	320	290	520	22	140	300	26	M24	105	图 c
		VB-40302-W	2	2870	3.0	6.20	350	220	—	100	430	320	560	33	185	355	39	M36	150	图 c
	相 极	VB-314-W	3	1400	0.12	0.57	160	100	55	40	190	150	295	12	92	212	14	M12	28	图 c
		VB-534-W	3	1400	0.25	1.02	180	110	—	65	220	140	310	15	112	253	14	M12	48	图 c
		VB-634-W	4	1450	0.30	0.93	200	110	—	60	250	160	340	16	112	240	18	M16	43	图 c
		VB-1054-W	4	1420	0.50	1.51	220	110	—	60	270	160	380	18	123	264	22	M20	58	图 c
		VB-1264-W	4	1440	0.60	1.82	220	145	65	60	270	195	415	18	123	258	22	M20	59	图 c

续表

类 别	相 极	型 号	最 大 激 振 力 / N	转 速 / r·min ⁻¹	额 定 功 率 / kW	额 定 电 流 / A	安 装 尺 寸 / mm										安 装 螺栓 尺寸	重 量 / kg	外 形 图	
							A	B	K	J	AB	BB	L	G	H	HD	d			
VB 系列	3 相 3 极	VB-16144-W	16000	1440	1.40	3.41	290	280	60	78	340	340	500	52	145	295	27	M24	90	图 c
		VB-20114-W	20000	1430	1.10	2.75	220	160	75	60	270	220	495	22	140	282	26	M24	80	图 c
		VB-21164-W	21000	1440	1.60	3.82	290	280	60	78	340	340	500	52	145	295	27	M24	100	图 c
		VB-32154-W	31500	1450	1.50	3.76	260	180	80	70	320	240	545	25	160	320	26	M24	116	图 c
	4 相 4 极	VB-50234-W	50000	1450	2.25	5.55	350	220	—	100	430	370	650	33	192	390	39	M36	195	图 c
		VB-75304-W	75000	1460	3.0	7.36	380	125	—	105	460	330	615	35	210	412	39	M36	250	图 d
		VB-84554-W	84000	1455	5.5	11.5	380	125	—	140	460	390	720	35	210	415	39	M36	320	图 d
		VB-100754-W	100000	1460	7.50	15.92	440	140	—	125	530	450	795	36	240	470	45	M42	440	图 d
	6 相 6 极	VB-326-W	3000	950	0.20	0.82	160	100	55	40	190	150	330	12	92	210	14	M12	30	图 c
		VB-546-W	5000	955	0.38	1.21	200	110	—	60	250	160	360	16	123	251	22	M20	50	图 c
		VB-1076-W	10000	960	0.70	2.14	220	160	75	60	270	220	475	22	140	282	26	M24	77	图 c
		VB-20156-W	20000	965	1.52	3.99	260	180	80	70	320	240	565	25	160	320	26	M24	127	图 c
		VB-32246-W	31500	965	2.40	5.99	350	220	—	100	430	370	650	33	192	390	39	M36	192	图 c
		VB-50326-W	50000	970	3.20	7.83	350	250	—	100	430	400	760	33	192	390	39	M36	235	图 c
		VB-75556-W	75000	970	5.50	12.60	380	125	—	105	480	385	755	35	240	467	39	M36	370	图 d
		VB-100756-W	100000	980	7.50	17.12	440	140	—	125	530	450	865	36	240	470	45	M42	520	图 d
VLB 系列	8 相 8 极	VB-135906-W	135000	980	9.0	19.2	480	140	—	125	570	510	985	38	265	520	45	M42	630	图 e
		VB-1601106-W	160000	980	11.0	23.5	480	140	—	125	570	510	998	38	265	520	45	M42	700	图 e
		VB-1801306-W	180000	986	13.0	27.8	520	140	—	125	610	510	970	38	290	570	45	M42	845	图 e
		VB-50308-W	50000	725	3.0	8.05	380	125	—	105	460	330	780	35	210	412	39	M36	330	图 b
		VB-75558-W	75000	735	5.5	15.14	440	140	—	125	530	450	985	36	240	470	45	M42	595	图 b
		VB-100758-W	100000	734	7.5	17.8	480	140	—	125	570	510	985	38	265	520	45	M42	650	图 e
		VB-135908-W	135000	734	9.0	21.2	480	140	—	125	570	510	998	38	265	520	45	M42	750	图 e
		VB-1601108-W	160000	739	11.0	25.8	520	140	—	125	610	510	1070	38	290	570	45	M42	800	图 e
		VB-2001508-W	200000	743	15.0	34.9	520	140	—	125	610	510	1115	38	305	610	45	M42	950	图 e
类 别	相 极	型 号	最 大 激 振 力 / N	转 速 / r·min ⁻¹	额 定 功 率 / kW	额 定 电 流 / A	安 装 尺 寸 / mm										安 装 螺栓 尺寸	重 量 / kg	外 形 图	
VLB 系列	3 相 4 极	VLB-20114-W	20000	1420	1.1	2.88	C1	C1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	175		
		VLB-25134-W	25000	1400	1.3	3.39	C1	C1	100	80	282	1030	—	1087	—	—	—	185		
		VLB-30154-W	30000	1435	1.5	4.23	C1	C1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	195	图 f	
		VLB-35224-W	35000	1410	2.2	5.44	C1	C1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	205		

注：生产厂：湖北省钟祥市新宇机电制造有限公司（原钟祥电机厂）。

7.2 減振彈簧

7.2.1 橡膠彈簧

JHX 橡膠彈簧

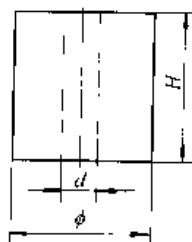


表 17-6-21

型 号	規 格 $\phi \times H \times d$	外 徑 ϕ	內 徑 d	自 由 高 度 H	1. 作 变 形 量 F_s	刚 度 $K_T /$ $\text{kg} \cdot \text{cm}^{-1}$	允 许 载 荷 P / kg
JHX-250 × 250	$\phi 250 \times 250 \times \phi 50$	250	50	250	2.5	370	2000
JHX-220 × 220	$\phi 220 \times 220 \times \phi 50$	220	50	220	2.2	320	1500
JHX-200 × 200	$\phi 200 \times 200 \times \phi 50$	200	50	200	2.0	280	1000
JHX-180 × 180	$\phi 180 \times 180 \times \phi 40$	180	40	180	1.8	260	800
JHX-160 × 160	$\phi 160 \times 160 \times \phi 30$	160	30	160	1.6	240	750
JHX-140 × 140	$\phi 140 \times 140 \times \phi 30$	140	30	140	1.4	210	700
JHX-140 × 160	$\phi 140 \times 160 \times \phi 30$	140	30	160	1.4	180	700
JHX-127 × 127	$\phi 127 \times 127 \times \phi 30$	127	30	127	1.2	180	700
JHX-120 × 120	$\phi 120 \times 120 \times \phi 30$	120	30	120	1.2	170	700
JHX-100 × 100	$\phi 100 \times 100 \times \phi 30$	100	30	100	1.0	140	600
JHX-100 × 130	$\phi 100 \times 130 \times \phi 30$	100	30	130	1.0	100	500
JHX-80 × 80	$\phi 80 \times 80 \times \phi 30$	80	30	80	0.8	100	400
JHX-60 × 60	$\phi 60 \times 60 \times \phi 20$	60	20	60	0.8	60	200
JHX-50 × 50	$\phi 50 \times 50 \times \phi 15$	50	15	50	0.8	40	100

注：生产厂家：新乡威猛振动设备公司等。

7.2.2 螺旋复合弹簧

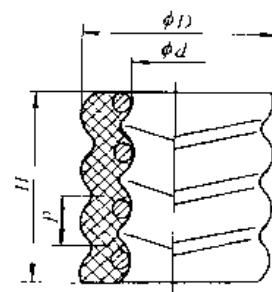


表 17-6-22

型 号	外 徑 D / mm	內 徑 d / mm	螺 距 P / mm	高 H / mm	最 大 外 徑 D_{\max} / mm	彈 簧 刚 度 $/ \text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$	額 定 载 荷 $/ \text{N}$
MR053	102	60	35	250	120	53	1000
MR065	102	60	35	250	120	65	1500
MR075	102	60	35	250	120	75	2000
MR100	102	60	35	250	120	100	2500
MR125	102	60	35	250	120	125	3000
MR160	155	62	40	290	180	160	6400
MR190	155	62	40	290	180	190	7600
MR210	155	62	40	290	180	210	8500
MR240	155	62	40	290	180	240	10000
MR270	155	62	40	290	180	270	11000
MR300	155	62	40	290	180	300	12000

续表

型号	外径 <i>D/mm</i>	内径 <i>d/mm</i>	螺距 <i>P/mm</i>	高 <i>H/mm</i>	最大外径 <i>D_{max}/mm</i>	弹簧刚度 <i>kN·m⁻¹</i>	额定载荷 <i>N</i>
MR235	260	120	60	429	310	235	13000
MR290	260	120	60	429	310	290	15000
MR400	260	120	60	429	310	400	20000
MR600	310	150	75	400	360	600	30000

注：生产单位：西安重型机械研究所（MR型）；新乡威猛振动设备公司（JHF型）。

7.3 减振器

7.3.1 JX型橡胶剪切减振器

外形尺寸及技术数据

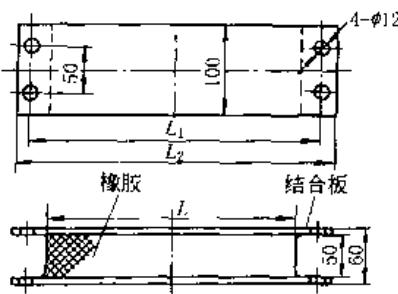


表 17-6-23

型号	<i>L/mm</i>	<i>L₁/mm</i>	<i>L₂/mm</i>	<i>z</i> 向静刚度 <i>/kN·m⁻¹</i>	<i>z</i> 向动刚度 <i>/kN·m⁻¹</i>	侧压静刚度 <i>/kN·m⁻¹</i>	额定载荷 <i>/N</i>
JX-1	225	270	300	200	209	1220 ~ 1710	1880
JX-2	275	320	350	245	256	1500 ~ 2100	2300
JX-3	410	456	486	364	382	2240 ~ 3130	3440

注：1. 该产品使用时，垂直 *z* 方向预压量为 4mm，最大相对剪切变形量不大于 10mm。

2. 生产厂：上海橡胶厂。

7.3.2 JJQ型剪切减振器

JJQ型减振器技术数据

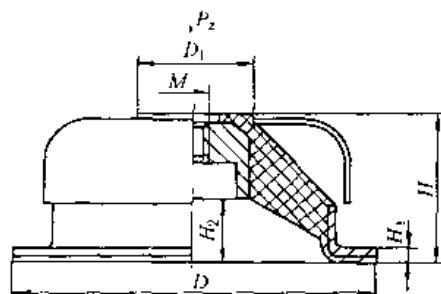


表 17-6-24

型号及规格	<i>z</i> 向公称载荷/N		公称载荷时 <i>z</i> 向变位/mm		公称载荷时 <i>z</i> 向固有频率/Hz		极限压缩量/mm	外形尺寸/mm					
	积极隔振	消极隔振	积极隔振	消极隔振	积极隔振	消极隔振		<i>D</i>	<i>D₁</i>	<i>M</i>	<i>H</i>	<i>H₁</i>	<i>H₂</i>
JJQ-1-1 ~ -7	200 ~ 800	250 ~ 1000	4.8	6.0	11.7	10.3	12.0	φ100	φ14	M12	43	5	16
JJQ-2-1 ~ -7	250 ~ 2000	310 ~ 2450	8.0	10.0	9.0	8.1	20.0	φ140	φ44	M16	55	5	23
JJQ-3-1 ~ -7	1000 ~ 4830	1200 ~ 6000	11.2	14.0	7.2	6.4	28.0	φ200	φ49	M16	87	6	34
JJQ-4-1 ~ -7	3300 ~ 12600	3700 ~ 15400	20.0	25.0	5.4	4.9	50.0	φ290	φ84	M20	133	7	56

注：生产厂家：辽宁减振器厂（辽阳市）。

例 风机总质量 *W* = 1448kg，转数 *n* = 800r/min，频率 *f₀* = 800/60 = 13.33 r/s 四个螺孔，4 个减振器，每个承受质量 *P* = 1448/4 = 362kg。由图 17-6-22c 查得。JJQ-3-6 静压缩量 *δ* = 10mm，由 *δ* 与频率曲线 *f₀* 交点查得 *f₀* = 7.8。

频率比 $f_n/f_0 = 13.33/7.8 = 1.7 < 2$, 不满足要求, 取两个串联, 此时频率为 $f_0' = 7.8/\sqrt{2} = 5.52$, 频率比 $f_n/f_0' = 13.33/5.52 = 2.41 > 2$, 满足要求。

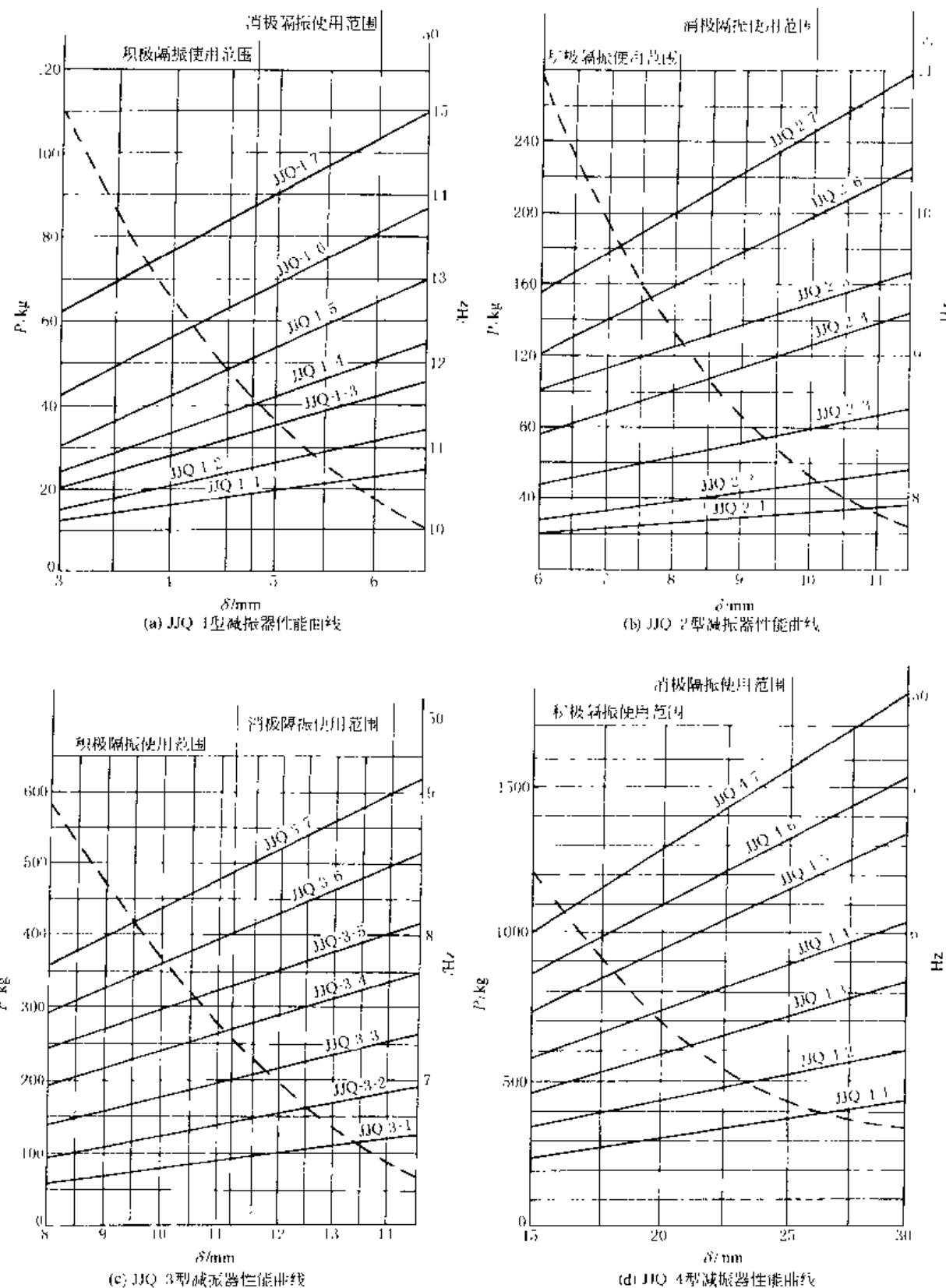


图 17-6-22 减振器性能曲线

隔振效果:

$$T_A = \left(1 - \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{f_n}{f_0} \right)^2} \right| \right) \times 100\% = 79\%$$

8 振动给料机

XZG 系列振动给料机是双质体惯性近共振振动给料机，广泛用于冶金、化工建材、煤炭等工业部门作散状物料、矿物的放矿和给料用。

XZG 型系列振动给料机

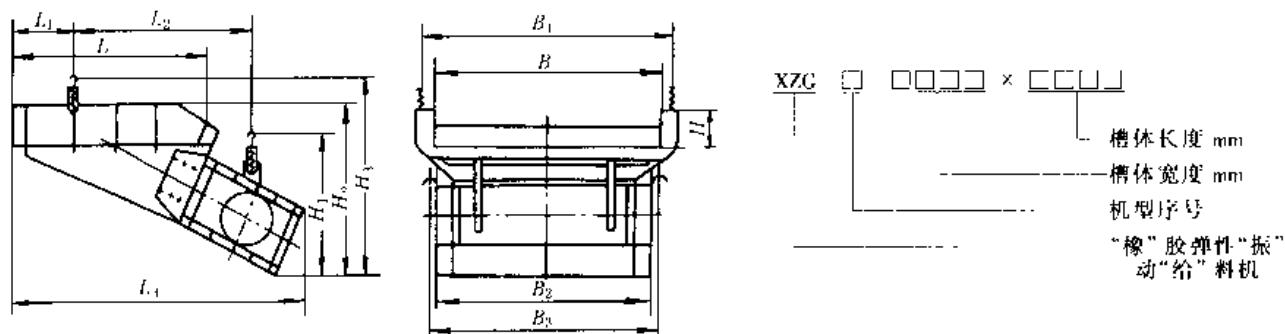


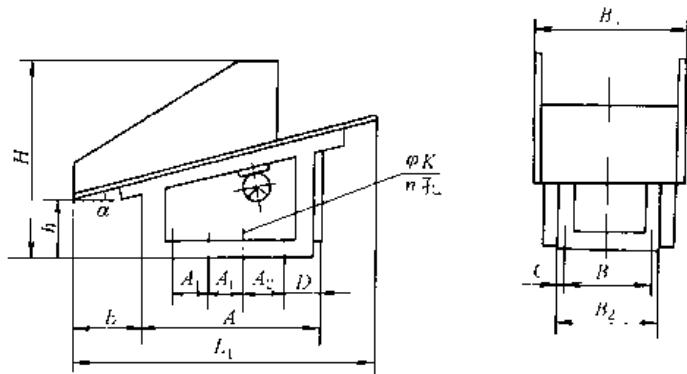
表 17-6-25

型 号	槽形尺寸 (宽×长×高)/mm	生产率/t·h ⁻¹			给料粒度/mm	振动频率	振幅/mm	电流/A	电压/V	功率/kW	重量/kg
		水平	-10°	-12°							
XZG1	200×600×100	5	10	15	50	1000	2	0.32	220~380	0.2	70
XZG2	300×800×120	10	20	30	50	1000	2.5	0.4	220~380	0.2	140
XZG3	400×900×150	20	50	80	70	1000	2.5	0.62	220~380	0.2	200
XZG4	500×1100×200	50	100	150	100	1000	3	1.24	780~660	0.45	350
XZG5	700×1200×250	100	150	200	150	1000	3	1.74	380~660	0.75	650
XZG6	900×1600×250	150	250	350	200	1000	3.5	3.5	380~660	1.52	1240
XZG7	1100×1800×250	250	400	550	250	1000	3.5	8.4	380~660	2.4	1900
XZG8	1300×2200×300	400	600	800	300	1000	4	10.5	380~660	3.7	3000
XZG9	1500×2400×300	600	850	1000	350	1000	4	11.4	380~660	5.5	3700
XZG10	1800×2500×375	750	1100	1300	500	1000	5	17.2	380~660	7.5	6450
XZG11	2000×2800×375	1100	1500	1800	500	1000	5	22.4	380~660	10	7630
XZCK1	1600×1400×250	—	200	250	100	1000	3.5	8.4	380~660	2.4	1600
XZCK2	1900×1400×250	—	250	300	100	1000	3.5	8.4	380~660	2.4	1650
XZCK3	2200×1400×250	—	270	350	100	1000	4	10.5	380~660	3.2	1760
XZCK4	2500×1400×250	—	300	400	100	1000	4	10.5	380~660	3.2	1856

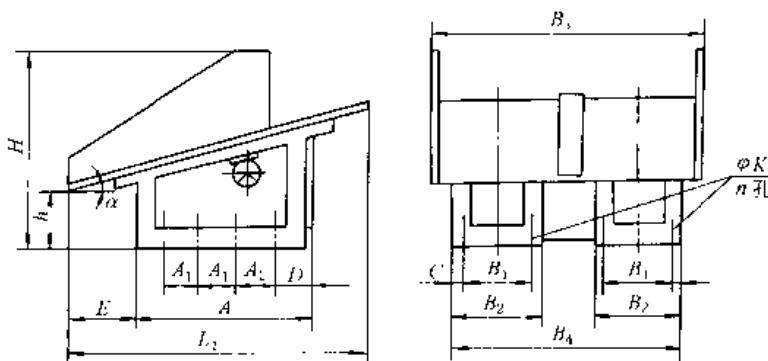
型 号	外 形 尺 寸 /mm											
	B	B ₁	B ₂	B ₃	H	H ₁	H ₂	H ₃	L	L ₁	L ₂	L ₃
XZC1	200	280	220	230	100	470	500	690	600	209	550	970
XZG2	300	388	220	230	120	490	520	690	800	310	660	1140
XZC3	400	496	230	240	150	470	500	700	311	100	200	500
XZC4	500	623	430	580	200	680	850	1100	1100	416	960	1460
XZG5	700	850	562	692	250	730	1000	1390	1200	465	1050	1630
XZC6	900	1057	560	720	250	1035	1200	1640	1600	500	1360	2300
XZG7	1100	1257	960	1100	250	1400	1320	1850	1800	650	1465	2550
XZG8	1300	1476	1200	1060	300	1460	1343	1995	2200	750	1800	2960
XZG9	1500	1676	1200	1340	300	1580	1440	2200	2400	800	2000	3180
XZC10	1800	2014	2304	1000	375	1500	1450	2235	2500	900	2120	3630
XZG11	2000	2294	2425	1010	375	1580	1545	2310	2800	900	2370	4060
XZCK1	1600	1750	1200	1350	250	1330	1090	1720	1400	450	1260	2050
XZCK2	1900	2050	1200	1350	250	1330	1090	1720	1400	450	1260	2050
XZCK3	2200	2350	1200	1350	250	1330	1090	1720	1400	450	1260	2050
XZCK4	2500	2650	1200	1350	250	1330	1090	1720	1400	450	1260	2050

注：生产厂：河南省鹤壁市煤化机械厂。

FZC 型系列振动出矿机主要技术特性及其埋设参数



(a) 单台板振动出矿机



(b) 双台板并联振动出矿机

表 17-6-26

机号	振动出矿机型号	技术特性										埋设参数				
		台面 长度 <i>L/m</i>	台面 宽度 <i>B/m</i>	台面 面积 <i>F/m²</i>	台面 倾角 <i>α/(°)</i>	额定 振频 <i>n/min</i>	振动 幅值 <i>A/mm</i>	最大 激振 力 <i>P/t</i>	额定 功率 <i>N/kW</i>	工况 系数 <i>K_K</i>	技术生 产能力 <i>Q/t·h⁻¹</i>	机重 <i>G/kg</i>	埋设 深度 <i>LA/m</i>	肩线 高度 <i>ha/m</i>	肩线 角 <i>φ/(°)</i>	
1	FZC-1.6/1~1.5	单台板 振动 出矿机	1.6	1.0	1.6	12	1400	0.8	1.0	1.5	0.89	300~360	440	0.6	0.6	40
2 ^①	FZC-1.8/0.9~1.5		1.8	0.9		12	1400	0.9	1.0	1.5	0.88	350~400	430	0.6	0.7	40
3	FZC-2/0.8~1.5		2.0	0.8		14	1400	0.9	1.0	1.5	0.89	310~370	490	0.6	0.7	38
4	FZC-2.3/0.7~1.5		2.3	0.7		16	1400	0.8	1.0	1.5	0.89	290~330	575	0.7	0.7	38
5 ^②	FZC-2/1~3		2.0	1.0	2	14	940	3.0	2.0	3.0	1.43	850~1000	690	0.7	0.7	40
6	FZC-2.3/0.9~3		2.3	0.9		14	940	3.0	2.0	3.0	1.38	770~910	870	0.8	0.8	40
7 ^③	FZC-2.3/1.2~3		2.3	1.2	2.8	14	940	1.8	2.0	3.0	1.04	630~760	960	0.8	0.8	40
8	FZC-2.8/1~3		2.8	1.0		18	940	1.7	2.0	3.0	1.02	580~690	1000	0.9	0.9	41
9	FZC-2.3/1.2~4		2.3	1.2		14	1420	0.9	3.0	4.0	1.55	630~730	1010	0.9	0.8	41
10	FZC-2.5/1.2~3		2.5	1.2	3.1	16	940	1.7	2.0	3.0	0.95	590~720	980	0.8	0.8	39
11	FZC-3.1/1~3		3.1	1.0		18	940	1.7	2.0	3.0	0.92	560~670	1060	0.8	0.9	38
12 ^④	FZC-2.5/1.2~4		2.5	1.2		16	1420	0.9	3.0	4.0	1.43	660~770	1030	0.8	0.9	41
13	FZC-3.1/1~4		3.1	1.0		18	1420	1.0	3.0	4.0	1.38	760~870	1110	0.9	0.9	38
14	FZC-3.5/0.9~4		3.5	0.9		18	1420	1.0	3.0	4.0	1.36	730~830	1130	0.9	1.0	37
15 ^⑤	FZC-2.3/1.4~5.5	4.0	2.5	1.4	3.5	14	960	2.0	4.0	5.5	1.63	990~1180	1360	0.9	0.9	41
16	FZC-3.5/1~5.5		3.5	1.0		18	960	2.0	4.0	5.5	1.63	980~1150	1525	1.1	1.1	40
17	FZC-2.8/1.4~5.5		2.8	1.4		14	960	1.8	4.0	5.5	1.46	900~1080	1460	1.0	1.0	41
18 ^⑥	FZC-3.1/1.2~5.5		3.1	1.2		14	960	1.8	4.0	5.5	1.54	910~1090	1515	1.1	1.1	40
19	FZC-3.1/1.4~5.5		3.1	1.4		14	960	1.7	4.0	5.5	1.32	920~1120	1600	1.0	1.1	39
20 ^⑦	FZC-3.5/1.2~5.5	4.5	3.5	1.2		14	960	1.8	4.0	5.5	1.36	870~1050	1670	1.0	1.1	36
21	FZC-4.5/1~5.5		4.5	1.0		18	960	1.8	4.0	5.5	1.59	830~980	2040	1.0	1.1	34

续表

机号	振动出矿机型号	技术特性										埋设参数				
		台面长度 L/m	台面宽度 B/m	台面面积 F/m ²	台面倾角 α/(°)	额定振频 n/min ⁻¹	振动幅值 A/mm	最大激振力 P/t	额定功率 N/kW	工况系数 K _K	技术生产能力 Q/t·h ⁻¹	机重 G/kg	埋设深度 LA/m	眉线高度 ha/m	眉线角 φ/(°)	
22	FZC-3.1/1.4~7.5	单台板振动出矿机	3.1	1.4	4.5	14	960	2.0	5.0	7.5	1.65	1260~1500	1875	1.1	1.1	40
23	FZC-3.5/1.2~7.5		3.5	1.2		14	960	2.1	5.0	7.5	1.70	1220~1440	1810	1.2	1.2	39
24	FZC-4.5/1~7.5		4.5	1.0		18	960	2.0	5.0	7.5	1.59	1290~1510	2225	1.2	1.4	39
25 ^①	FZC-3.5/1.4~7.5		3.5	1.4	5.0	14	960	1.8	5.0	7.5	1.46	1160~1380	2000	1.0	1.2	37
26	FZC-4/1.2~7.5		4.0	1.2		18	960	1.6	5.0	7.5	1.49	870~1040	1935	1.2	1.2	39
27	FZC-5/1~7.5		5.0	1.0		18	960	1.6	5.0	7.5	1.43	840~1010	2355	1.2	1.4	37
28	FZC-4/1.6~10		4.0	1.6	6.3	16	960	1.8	7.5	10	1.67	1570~1870	2355	1.2	1.4	40
29 ^②	FZC-5/1.4~10		5.0	1.4	7.0	18	960	1.7	7.5	10	1.53	1300~1550	2800	1.4	1.4	38
30	FZC-3.1/1× 2~4×2	双台板并联振动出矿机	3.1	1.0×2 3.1×2	18	1420	1.0	3.0×24.0×2	1.38	1520~1740	2220	0.9	0.9	38		
31	FZC-3.5/1× 2~5.5×2		3.5	1.0×2 3.5×2	18	960	2.0	4.0×25.5×2	1.63	1960~2300	3050	1.1	1.1	40		
32	FZC-3.1/1.2× 2~5.5×2		3.1	1.2×2 4.0×2	14	960	1.8	4.0×25.5×2	1.54	1820~2180	3030	1.1	1.1	40		
33 ^③	FZC-3.5/1.2× 2~5.5×2		3.5	1.2×2 4.5×2	14	960	1.8	4.0×25.5×2	1.36	1740~2100	3310	1.0	1.1	36		
34	FZC-3.5/1.4× 2~7.5×2		3.5	1.4×2 5.0×2	14	960	1.8	5.0×27.5×2	1.46	2320~2760	3970	1.0	1.2	37		
35	FZC-4/1.2×2~ 7.5×2		4.0	1.2×2 5.0×2	18	960	1.6	5.0×27.5×2	1.49	1740~2080	3870	1.2	1.2	39		

机号	型 号	外 形 及 安 装 尺 寸 /mm														
		α	A	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	B ₃	C	D	E	h	H	L ₁	n	Φ
1	FZC-1.6/1~1.5	12	806	200	—	610	700	1000	45	206	460	544	1257	1565	4	18
2	FZC-1.8/0.9~1.5	12	806	200	—	610	700	900	45	206	607	522	1278	1760	4	18
3	FZC-2/0.8~1.5	14	906	250	—	610	700	800	45	206	673	594	1587	1940	4	18
4	FZC-2.3/0.7~1.5	16	1006	250	—	510	600	730	45	256	819	571	1661	2210	4	18
5	FZC-2/1~3	14	906	250	—	610	700	1000	45	206	673	594	1560	1940	4	18
6	FZC-2.3/0.9~3	14	906	400	—	640	700	1026	30	256	809	900	1988	2232	4	18
7	FZC-2.3/1.2~3	14	1206	600	—	840	900	1326	30	306	588	1028	2125	2232	4	18
8	FZC-2.8/1~3	18	1406	600	—	840	900	1126	30	406	727	713	2196	2663	4	18
9	FZC-2.3/1.2~4	14	1206	600	—	840	900	1326	30	306	588	1028	2100	2232	4	18
10	FZC-2.5/1.2~3	16	1206	600	—	840	900	1326	30	306	673	884	2140	2403	4	18
11	FZC-3.1/1~3	18	1606	400	400	840	900	1126	30	406	812	620	2228	2948	6	18
12	FZC-2.5/1.2~4	16	1206	600	—	840	900	1326	30	306	673	884	2245	2403	4	18

续表

机 号	型 号	外形及安装尺寸/mm																
		α	A	A_1	A_2	B_1	B_2	B_3	C	D	E	h	H	I_1	n	ϕh		
13	FZC-3.1/1~4	18	1606	400	400	840	900	1126	406	812	620	2196	2948	6	18			
14	FZC-3.5/0.9~4	18	1806	500	500	740	800	1026	406	945	512	2256	3329	6	18			
15	FZC-2.5/1.4~5.5	14	1232	370	480	874	934	1420	195	770	1010	2250	2426	6	22			
16	FZC-3.5/1~5.5	18	1608	610	610	775	835	1020	198	1099	850	2612	3329	6	22			
17	FZC-2.8/1.4~5.5	14	1232	370	480	874	934	1420	195	961	962	2354	2717	6	22			
18	FZC-3.1/1.2~5.5	14	1232	370	480	874	934	1220	195	1152	920	2405	3008	6	22			
19	FZC-3.1/1.4~5.5	14	1232	370	480	874	934	1420	195	1252	895	2405	3008	6	22			
20	FZC-3.5/1.2~5.5	14	1608	610	610	775	835	1220	30	198	1066	900	2466	3396	6	22		
21	FZC-4.5/1~5.5	18	2806	700	700	840	900	1030	306	1023	407	2493	4280	8	22			
22	FZC-3.1/1.4~7.5	14	1706	550	550	1100	1160	1400	306	692	1100	2670	3008	6	22			
23	FZC-3.5/1.2~7.5	14	1706	550	550	940	1000	1200	306	980	1028	2770	3396	6	22			
24	FZC-4.5/1~7.5	18	2806	700	700	840	900	1072	306	773	700	3100	4280	8	22			
25	FZC-3.5/1.4~7.5	14	1706	550	550	1100	1160	1400	306	1081	1003	2770	3396	6	22			
26	FZC-4/1.2~7.5	18	2008	500	500	940	1000	1200	308	1139	430	2463	3804	8	22			
27	FZC-5/1~7.5	18	2806	700	700	840	900	1072	306	1250	545	3100	4756	8	22			
28	FZC-4/1.6~10	16	2208	440	440	1226	1300	1726	446	1018	311	2381	3844	8	27			
29	FZC-5/1.4~10	18	2808	700	700	1186	1260	1420	308	1250	545	3031	4755	8	27			
30	FZC-3.1/1×2~4×2	双 合 板	18	1606	400	400	840	900	2050	1950	30	406	812	620	2130	2948	12	18
31	FZC-3.5/1×2~5.5×2	双 合 板	18	1608	610	610	775	835	2050	1885	30	198	1099	850	2630	3329	12	22
32	FZC-3.1/1.2×2~5.5×2	并 联 振 动	14	1232	370	480	874	934	2450	2184	30	195	1152	920	2445	3008	12	22
33	FZC-3.5/1.2×2~5.5×2	激 动	14	1608	610	610	775	835	2450	2085	30	198	1066	900	2500	3396	12	22
34	FZC-3.5/1.4×2~7.5×2	激 动 机	14	1706	550	550	1100	1160	2850	2610	30	306	1081	1003	2710	3396	12	22
35	FZC-4/1.2×2~7.5×2	激 动 机	18	2008	500	500	940	1000	2450	2250	30	308	1139	430	2463	3804	16	22

(1) 为主要机型，其余为派生机型。

注：1. 系数 K_1 供设计部门选择机型时使用。公式为 $P = K_1 p F_2$ ，取 $p = 0.7 \text{ N/mm}^2$

2. 本表采用 ZD1 系列振动电机，推荐使用 JZO 系列节能型振动电机。

3. 生产厂：河南省鹤壁市煤化机械厂。

第7章 机械振动测量技术

1 概述

1.1 测量在机械振动系统设计中的作用

测量是获取准确设计资料的重要手段。在第5、6章各类机械振动系统的设计中，系统的频率比、阻尼比以及零件材料的弹性模量和阻尼系数等的取值范围都相当宽，振动参数的取值直接影响振动系统和振动元件的设计质量，对大量机械振动系统中各种参数的测量是获取和积累准确设计资料的重要手段。在工程上也经常遇见某些原始设计参数需要直接从测量中获得，例如动力吸振器设计中主振系统的固有频率、随机振动隔振器设计中的载荷谱、缓冲器设计中的最大冲击力和冲击作用时间等，往往需依靠测量手段获得。

调试工作更直接依靠测量。由于在机械振动系统设计之前，对实际振动系统进行了简化和抽象，忽略了诸多影响振动的因素，设计中又会遇到参数选取的准确性问题，再加上制造、安装上的误差，因而很难保证机械振动系统一经安装就能满足工程需要，一般要经过调试才能使各项参数符合设计要求。例如动力吸振器和近共振类振动机工作点(频率比)的调试。对于一个经验丰富的设计人员，可以凭借经验对振动系统进行调试，但对于一般设计人员和调试人员，则需要通过测量和对测得结果的分析，确定调试方案。另外，振动测量结果及其分析也是机械振动系统设计验收的依据。

1.2 振动的电测方法

1.2.1 振动测量的主要内容

- (1) 振动量：振动体上选定点的位移、速度、加速度的大小，振动的时间历程曲线、频率、相位、频谱、激振力等。
- (2) 系统的特征参数：系统的刚度、阻尼、固有频率、振型、动态响应特性(系统的频率响应函数和脉冲响应函数)等。
- (3) 机械结构或零部件的动力强度。

1.2.2 线性系统振动量时间历程曲线的测量

对于线性系统，无论施加给振动系统的激励是确定性激励还是随机激励，系统所产生的位移、速度和加速度之间始终存在着下列关系：

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (17-7-1)$$

因此，对于线性振动来说，只要测得振动位移、速度、加速度三者之一，就可换算出另外两个量。如果知道了激励和多点线性振动的时间历程曲线，通过分析，即可得出其相应的振幅、相位等各种物理量。因此，测量线性振动加速度(或者速度、位移)的时间历程曲线在振动测量中占有重要地位。

实际振动系统往往具有一定的非线性性质，但对大多数工程实际系统来说，这种非线性性质都是很弱的，非线性系统振动的某些物理现象可能存在。但是在比较高次谐波振动和基频振动幅值时，就会发现高次谐波振动的幅值远小于基频振动幅值，测量弱非线性系统振动得到的时间历程曲线，几乎与测量线性系统振动所得到的时间历程曲线是相同的。

在线性振动测量中，简谐振动的测量十分重要。因工程中的实际振动问题多数具有简谐变化性质或周期变化性质；其次，在识别系统的动态特性(例如频率响应函数)时，一般施加给系统的激励都是简谐激励(因动态特性与激励性质无关)，系统产生的振动也是简谐振动。简谐振动的振幅、相位、频谱、激振力和线性系统刚度、阻尼、固有频率和振型等参数的相互变换也非常方便。

振动与冲击的测量，按照力学原理可分为相对测量法和惯性测量法两种；按振动信号的转换方式可分为电测法、光测法和机械测振法。电测法是振动测试中最常使用的方法。从振动信号转换方式来看，一方面振动信号能非常方便地转换成为电信号，另一方面电信号也容易实现各种量之间的相互转换，能将原始振动信号转换成为更能揭示振动本质形式的物理量；本章着重介绍这种以压电式加速度传感器测量系统为代表的测振方法以及振动数据的

分析处理方法。

2 数据采集与处理

2.1 数据采集

2.1.1 数据采集系统

振动数据采集系统一般由传感器、放大器和记录器三部分组成。

由压电式加速度计、双积分线路电荷放大器和磁带记录仪组成的典型测试系统如图 17-7-1 所示。

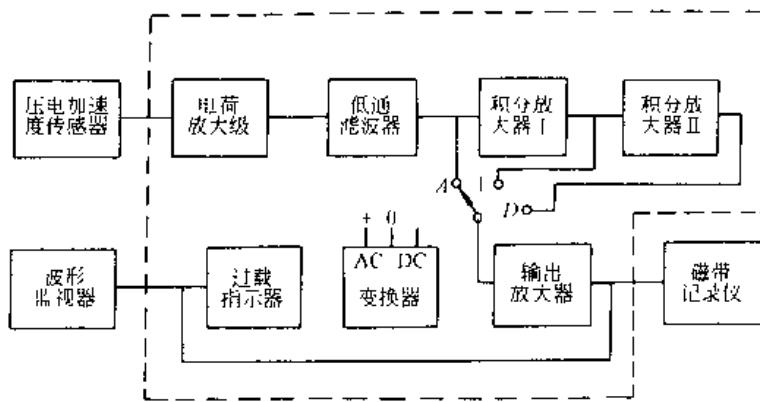


图 17-7-1 典型电测系统

2.1.2 压电式加速度计的主要特性

(1) 灵敏度：灵敏度是指输出电信号与输入机械量之比。加速度计的灵敏度用电荷灵敏度和电压灵敏度表示。

$$\text{电荷灵敏度: } S_q = \frac{q}{a} \quad (\text{PC/g}) \quad (17-7-2)$$

$$\text{电压灵敏度: } S_u = \frac{U}{a} \quad (\text{mV/g}) \quad (17-7-3)$$

式中 q ——加速度计输出电荷量, PC;

a ——加速度, 通常以重力加速度 g 做为衡量基准;

U ——加速度计输出电压值, mV。

特别要指出, 灵敏度用有效值或用峰值表示均可, 但不管用哪种量表示, 分子分母应该一致。这在加速度计校准时要特别注意, 否则将会出现错误。每只加速度计在其检验证书上, 均给出了灵敏度校准值。

由于电荷量 $q = Fd$, 作用力 $F = ma$, 电压 $U = q / (C_a + C_c)$

所以得出:

$$S_q = md \quad S_u = \frac{md}{C_a + C_c} \quad (17-7-4)$$

式中 F ——质量块惯性力, N;

d ——压电系数, PC/N;

m ——质量块质量, kg;

C_a ——加速度计电容, F;

C_c ——电缆电容, F。

由式(17-7-2)~式(17-7-4)可以看出: 灵敏度越高, 系统的信噪比(测量有用信号与外干扰信号之比)越大; 但灵敏度越高, 加速度计越重, 固有频率越低, 高频响应受到限制。故灵敏度的选择受到重量和频响特性的限制, 要综合考虑。

(2) 频率响应: 加速度计的频率响应是它的灵敏度随频率的变化关系。低频响应取决于所配置的前置放大器, 高频响应由振荡环节的谐振特性确定。在“安装共振频率”的1/5频率范围内, 其频响特性曲线的平直度在±5%以内, 即频率的变化对灵敏度的影响很小。

(3) 动态范围：动态范围是指在保证一定的测量精度下，加速度计可以测量的最大、最小加速度值的范围。其下限理论上可以低至 0，实际上，它取决于二次仪表的噪声电平。要测量很小的振动，需选用低噪声的电荷或电压前置放大器，并采用短电缆，将电缆固定。

其上限取决于压电元件质量系统的受载和元件的机械强度。通常加速度计越小，上限加速度越高。上限加速度是指加速度计主灵敏度轴向的振动加速度，对于其他方向的连续振动和冲击，或者是超过 1/3 加速度计主轴“安装共振频率”的振动和冲击，其加速度值不应超过振动加速度上限值。否则，会损坏加速度计。

(4) 横向灵敏度：横向灵敏度是指在加速度计振动时，垂直于主灵敏度轴的方向上电量输出与振动量值之比。产生横向灵敏度的原因主要是由于压电元件本身的不规则性和压电元件与金属零件机械结合的局限性，以及装配工艺等因素造成的。加速度计横向灵敏度的矢量表示如图 17-7-2 所示。图中表明了最大和最小横向灵敏度的方向。加速度计出厂时，在壳体上用红点注明了最小横向灵敏度方向。实际使用时，为使横向振动加速度 \dot{x} 对测量加速度 \dot{y} 的影响减至最小，应将加速度计最小横向灵敏度轴（即红点）与物体最大横向振动 \ddot{x} （ \ddot{s} 振动的分量）轴重合。否则，如将 \dot{x} 与最大横向灵敏度轴重合，则 \dot{y} 的测量输出中包含较大的 \dot{x} 影响。

(5) 安装共振频率：安装共振频率是指加速度计在规定的安装条件下校准得到的共振频率。

2.1.3 电荷前置放大器

(1) 电荷灵敏度：电荷放大器是输出电压和输入电荷成正比的一种放大器，它由一个高开环增益运算放大器和一个由电阻电容组成的反馈网络所构成。当反馈电阻很大时，反馈电容上的电压决定了输出电压和输入电荷之间的关系为：

$$E_0 = -q/C_f; \quad (17-7-5)$$

式中 E_0 ——电荷放大器输出电压，V；

q ——输入电荷，C；

C_f ——反馈电容，F。

输出电压即灵敏度只与输入电荷和反馈电容有关，而和电缆长度无关。故电荷放大器特别适用于当加速度计和前置放大器之间需要用长电缆条件下的测量。

(2) 低频特性：电荷放大器在输出下降 3dB 时，其低限截止频率：

$$f_L = \frac{1}{2\pi R_f C_f} \quad (17-7-6)$$

式中 R_f ——反馈电阻，Ω。

电荷放大器低频特性很好，当反馈电阻 R_f 很大时，低限截止频率可以很低，接近于零，可测超低频信号和作静态校准。

(3) 使用注意事项：①由于电荷放大器输入阻抗很高，又很灵敏，故对干扰信号敏感，而长电缆的输出噪声大，为减少电缆噪声的干扰，应采用低噪声电缆，而且使用时应将电缆固定，避免因电缆颤动而产生摩擦电荷；②由于电荷放大器输入阻抗很高，耦合电容即使很小，输出端也会产生很大的交流声，因而放大器输出端应有良好屏蔽；③测试系统只能有一个接地点，否则各接地点之间存在不同的地电位，形成回路，产生地电流和噪声，影响测量的正常进行。

2.2 数据处理

2.2.1 数据处理方法

振动信号按其特征可分为两大类，一类是确定性振动，它可以用一个确定性的时间函数来描述。另一类是随机振动信号，它只能用数理统计的方法去描述。确定性振动又可分为周期性振动和非周期性振动。对于周期性振动，可从振动时间历程中得到一些有用信息，如峰值（振幅）、基本周期等，为了知道周期振动中所包含的各个频率分量的大小，只需做频谱分析就可以了；对于非周期振动中的准周期振动也只需做频谱分析，对瞬态振动处理，则常用冲击响应谱分析。

对于统计特性不随时间变化的平稳随机振动，在幅值域上，可以进行均值分析、均方根值分析、概率分布分析等；在时域上可进行相关分析；在频域上可进行谱密度分析、频响函数分析和相干分析。对于非平稳随机振动，目前

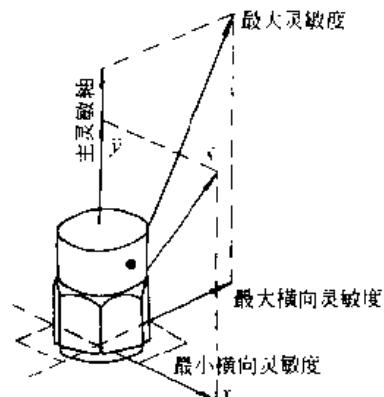


图 17-7-2 横向灵敏度矢量表示

尚无完善的分析方法。

2.2.2 数字处理系统

数据处理可分为模拟数据分析和数字数据分析两大类。20世纪70年代之前振动分析设备以模拟式分析仪为主。近十多年，由于电子技术和计算技术的迅速发展，各种数字分析仪相继问世，特别是快速傅里叶变换（FFT）分析技术得到应用后，数字分析仪已成为振动数据处理设备的发展方向。数值分析系统如图17-7-3所示。

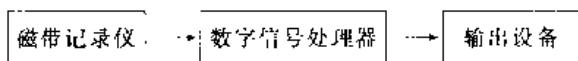


图 17-7-3 数字分析系统框图

数字分析仪有以下特点：

- (1) 运算功能多，数字分析仪一般都具有十几种或几十种功能，随机振动时域、频域、幅值域的各种参数都可以经数字分析仪处理得到；
- (2) 运算速度快，实时能力强，可用于高速振动的在线监测和控制系统中；
- (3) 分辨能力和分析精度高，特别是细化快速傅里叶变换的出现，在不扩大计算机容量条件下，大大提高所感兴趣频段的频率分辨率；
- (4) 操作简单，显示直观，复制与储存、扩展与再处理等均方便，每一种功能运算只要一次或几次按键就可以完成，运算要求和程序调配，可以实现人机对话；
- (5) 分析仪一般均留有接口，为扩大和开发新的功能以及进行数字通信提供条件。

3 振动幅值测量

3.1 光测位移幅值法

振动幅值是指位移幅值（振幅） A 、速度幅值 \dot{x}_m 、加速度幅值 \ddot{x}_m 。对简谐振动来说，只要测出 A 、 \dot{x}_m 、 \ddot{x}_m 三者之一，就可根据下式换算出另外两个，即

$$\dot{x}_m = \omega A \quad \ddot{x}_m = \omega^2 A \quad (17-7-7)$$

(1) 振幅牌测量振幅

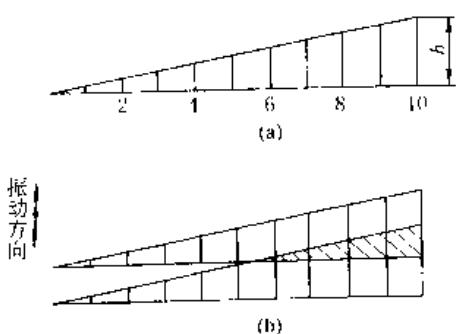


图 17-7-4 直线振动振幅牌及运动轨迹

直观法测振幅只需要一个如图17-7-4a或图17-7-5a所示振幅牌，当被测物做直线振动时，振幅牌为一直角三角形（也有用等腰三角形），直角三角形的高（或等腰三角形的底） b 必须是实际尺寸，同时将另一直角边（或等腰三角形的腰） l 分为若干等分。例如：当最大量程 $b=10\text{mm}$ 时，最好将 l 等分为5等分（或10等分、20等分），并在下方标注上平行于 b 的线段的实际高度。利用振幅牌测量振幅，必须使振动体的振动方向与三角形的高 b 相平行。测量时须将振幅牌固定在振动体上。随着质体的振动，此三角形在两死点位置之间移动。应用视觉暂留原理，可以观察出直角三角形直角边与斜边的交点（图17-7-4b），交点所对应的读数，即为质体振幅的二倍，通常称为双振幅。

当被测物体做圆运动时，其振幅牌是由一系列直径不等的圆组成的，如图17-7-5a所示。例如：当最大量程为 $d_{max}=10\text{mm}$ 时，类似前面振幅牌将 l 等分，也可以分别以直径 $d_3=10\text{mm}$ 、 $d_2=8\text{mm}$ 、 $d_1=6\text{mm}$ 做三个圆，并在每个圆附近标上对应直径数值。测量时将振幅牌固定在振动体上，随着质体的振动，振幅牌各圆上的每一个点的运动轨迹都是直径相等的圆，这圆轨迹的直径即为待测的双振幅。于是根据视觉暂留原理，振幅牌上各圆都有一外包络线圆和一内包络线圆，如图17-7-5b所示。某圆内包络线圆刚好为一点时，则此圆直径即为质体双振幅。该振幅牌也可用来测量直线振动的幅值，如图17-7-5c所示。既然圆振幅牌能测直线振动幅值和圆振动幅值，按理也应能测量介于两者之间的椭圆运动轨迹的长轴和短轴，只是其内包络线的椭圆模糊不清，不易分辨而已。

振幅牌测量位移的最大量程为 $b/2$ （或 $d_{max}/2$ ）。精度与 l/b （或 d_n/d_{n+1} ）成比例。通常采用 $b=20\text{mm}$ （或

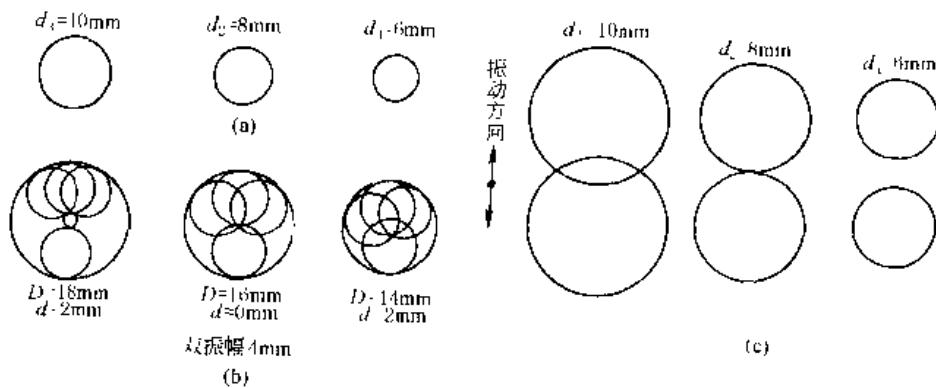


图 17-7-5 圆振幅牌及运动轨迹

$d_{\max} = 20\text{mm}$)。这种测量方法一般用于频率大于 10Hz、振幅大于 0.1mm 的振动测量。

(2) 读数显微镜测量位移幅值

如果要求精度较高, 可采用读数显微镜观测振幅, 在振动体上贴上一细砂纸, 用灯光照射, 砂纸上砂粒位移的反射光通过读数显微镜可观测到被测位移幅值。所能测量振幅的大小, 由读数显微镜放大倍数决定, 一般不超过 1mm。测量要求与用振幅牌测量相同, 只是这种测量要求振动稳定性好。

3.2 电测振动幅值法

前面讨论的振动位移、速度、加速度的电测法, 无论输出的是加速度信号、速度信号或位移信号, 都可以测定其相应参数的幅值。例如: 现由 YE5858 双积分电荷放大器分别配接 YD52 加速度传感器测某系统振动加速度幅值, 配接 YD46 加速度传感器测另一振动系统的速度幅值, 配接 YD48 加速度传感器测第三系统振动位移幅值其测量结果列入表 17-7-1。

表 17-7-1

测试系统	量程倍率	单位额定机械量	传感器倍率	输出电压	被测系统幅值
I	100	$1(\text{m}/\text{s}^2)/\text{V}$	0.1	5V	50m/s
II	10	$0.01(\text{m}/\text{s})/\text{V}$	10	5V	5m/s
III	10	$0.01\text{mm}/\text{V}$	1	5V	0.5mm

其中单位额定机械量由电荷放大器技术特性给出, 传感器倍率由传感器技术特性决定, 量程倍率由被测量过载限制决定, 用峰值电压表测得电测系统的输出电压, 将这四个量相乘便得所测幅值。

电测振动幅值法不仅可直接测定简谐振动的位移、速度、加速度的幅值, 而且还可以测定非简谐振动和随机振动的位移、速度、加速度峰值。

4 振动频率的测量

在振动测量中, 振动频率的测量比其他参数的测量容易实现。然而, 它在振动测量中却占据很重要的地位, 而且往往是首先遇到和必须解决的问题。

4.1 李沙育图形法

利用李沙育图形测量振动频率, 所用的仪器为阴极射线示波器和正弦信号发生器。将传感器感受到的信号, 接到示波器的垂直(或水平)输入, 再把正弦信号发生器的输出接至示波器的水平(或垂直)输入。同时把“x 轴选择”开关置于“x 轴增幅”位置, 并适当调整“x 轴增幅”与“y 轴增幅”的旋钮, 就会在示波器的荧光屏上出现两信号的合成图形, 调节正弦信号发生器的输出频率, 使荧光屏上出现稳定的椭圆或圆形波形, 这时被测信号的频率就等于正弦信号发生器的频率。从正弦信号发生器的刻度盘上可读出输出信号的频率值, 即被测振动信号频率。若示波器荧光屏上出现的是其他复杂稳定图形, 同样可根据正弦信号发生器的输出频率值, 来确定被测信号的频率。这时需要根据图 17-7-6 判断被测振动信号和正弦信号发生器的输出频率比 (m/n)。

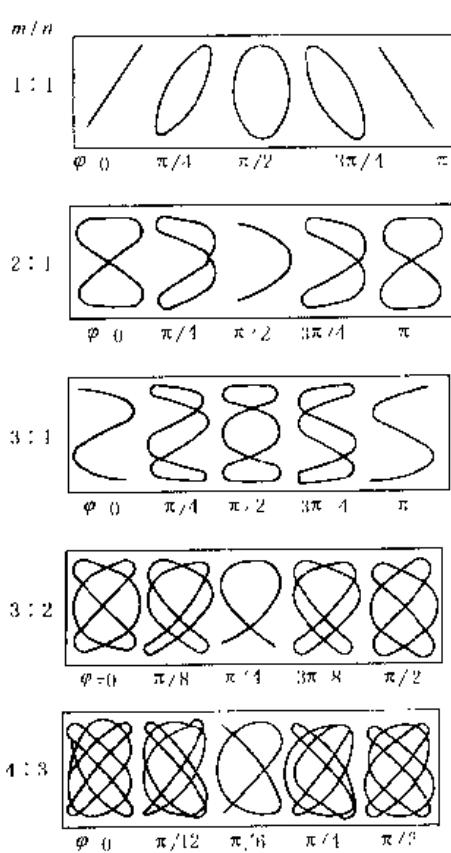


图 17-7-6 李沙育图形

m ——沿水平轴简谐振动信号的频率；
 n ——沿垂直轴简谐振动信号的频率

频后，获得不同的时间标准。被测信号首先进入放大整形电路，将周期信号放大并整形为前沿陡峭的脉冲信号。然后再把此信号送入计数门。计数门的开闭由标准时间信号控制。当计数门打开的标准时间内通过计数门的信号脉冲数被计数器记录下来。该脉冲数即为被测信号的频率。

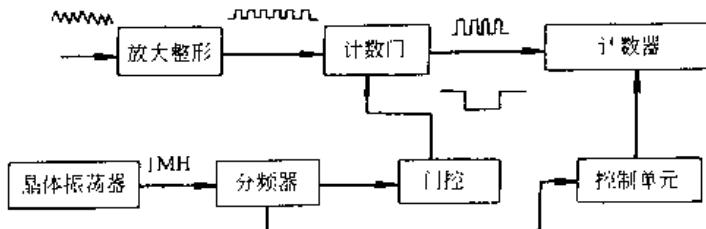


图 17-7-7 测量频率的工作原理

当用频率计测量频率较低的振动时，误差很大。所以对低频信号改为测周期，测量周期的原理（图 17-7-8）与测量频率是相反的，这样就会明显地提高准确度。

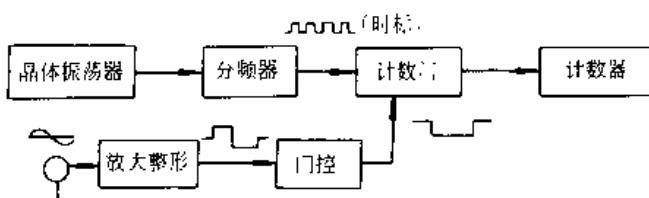


图 17-7-8 测量周期的工作原理

由此可见，利用李沙育图形，可以测量出被测振动信号的频率。其测量精度和信号发生器的频率指示精度一样。在测量过程中，应当注意选用示波器和信号发生器的工作频率范围，必须能够覆盖测量所需要的数值。对于机械振动量来说，主要是下限频率应满足测量要求。

4.2 标准时法

标准时法测量振动频率，通常是用带有时间标度的示波器。若振动信号波形一个周期占据 5 格，而每格代表 $1\mu s$ ，因频率是周期的倒数，故该振动信号的频率为 200kHz 。

4.3 闪光测频法

闪光测频是通过闪光仪来实现的。如果闪光频率正好和物体振动频率一致，那么，当振动体每次被照亮时，它正好振动到同一位置，看起来振动体就好像稳定在一个位置不动一样。这时从闪光仪上读出闪光频率，就是物体的振动频率。但应注意，当物体的振动频率是闪光频率的整数倍时，同样会出现振动稳定在一个位置不动的情况，这就需要从低频至高频反复调节闪光频率，以确定振动体的真实振动频率，或者根据振动系统的特性凭经验确定振动体的实际振动频率。

4.4 数字频率计测频法

测量振动频率的直读仪器，目前多采用数字式频率计，这是因为数字式频率计具有很高的精确度和稳定性，同时数字显示使用也很方便。

数字频率计测量频率的过程，就是在标准单位时间内，记录电信号变化的周波数，典型的数字频率计的方框图如图 17-7-7 所示。显然数字频率计必须有一高精度的时间标准。通常由石英晶体振荡器经分频器分

5 系统固有频率的测定

固有频率是振动系统一项重要参数。它取决于振动系统结构本身的质量、刚度及分布。确定系统固有频率可以通过理论计算或振动测量得到。对较复杂系统只有通过测量才能得到较准确的系统固有频率。确定系统固有频率的常用方法有自由衰减振动法与共振法。

5.1 自由衰减振动法

设法使被测系统产生自由振动，同时记录下振动波形与时标信号，然后进行比较，可求得系统自由衰减振动的频率 f 。由于阻尼的存在，它与系统的固有频率 f_0 之间关系为：

$$f = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (17-7-8)$$

式中 ζ ——系统的阻尼比。

由式 (17-7-8) 可知，用自由振动法测出的系统固有频率，略小于实际的固有频率，当阻尼很小时，两者是很接近的。

为使系统产生自由振动，通常采用敲击法对系统施加 冲击力，但应注意力的作用点、大小和作用时间等。

5.2 共振 法

该方法是利用激振器对被测系统施以简谐干扰力，使系统产生受迫振动，然后连续改变干扰力频率，进行扫描激振，当干扰力频率和系统固有频率相近时，系统产生共振（振动幅值最大）。只要逐渐调节干扰力频率，同时测量振动幅值，绘出幅频响应曲线。曲线峰值所对应的频率即为系统的各阶固有频率。

应当指出：由于测量振动参数不同，存在位移共振、速度共振、加速度共振，它们对应的共振频率之间的关系见表 17-7-2。

表 17-7-2

单自由度系统固有频率和共振频率关系

阻尼	自由振动频率	位移共振频率	速度共振频率	加速度共振频率
无阻尼	ω_n	ω_n	ω_n	ω_n
有阻尼	$\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$	$\omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$	ω_n	$\omega_n \sqrt{1 + 2\zeta^2}$

由表 17-7-2 可见，在有阻尼情况下，只有速度共振时，测得速度共振频率就是系统的无阻尼固有频率。所以在测量中，最好测速度信号。位移共振频率和加速度共振频率，只有阻尼不大时，才接近无阻尼固有频率。

6 阻尼参数的测定

阻尼是影响振动响应的重要因素之一。确定系统的阻尼系数，多数用实测方法，这里介绍几种常用测定方法。

6.1 自由衰减振动法

用自由衰减振动法测出系统自由振动衰减曲线（图 17-7-9），即测出振动幅值（可以是位移、速度或加速度幅值）随时间 t 而变化的曲线，然后从衰减曲线上，量出相隔 n 个周期的两个振幅值 A_1 和 A_{n+1} ，则对数减幅系数：

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_1}{A_{n+1}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (17-7-9)$$

从超越方程 (17-7-9) 中可求得阻尼比 ζ 。当 $\zeta \leq 0.1$ 时，

$$\zeta = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{A_1}{A_{n+1}} \quad (17-7-10)$$

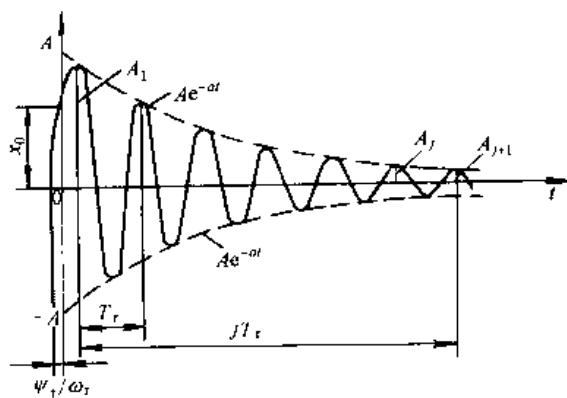


图 17-7-9 自由振动衰减曲线

6.2 带 宽 法

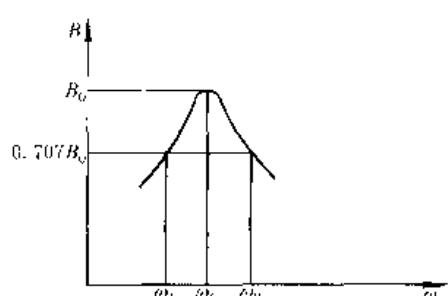


图 17-7-10 共振曲线

在简谐激振力作用下，使系统产生共振，在共振峰附近，改变激振频率，记录相应的振动幅值，作出如图 17-7-10 的共振曲线，利用下式求出阻尼比：

$$\zeta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n} \quad (17-7-11)$$

式中 ω_n —— 系统固有圆频率，rad/s；

ω_1 、 ω_2 —— 分别为幅频响应曲线上对应幅值为 $0.707B_0$ 的圆频率（ B_0 为共振振幅），rad/s。

带宽法既可用于低阶，也可用于高阶下阻尼的测定，但两个圆频率值需相差较大，否则误差很大，甚至失效。

参 考 文 献

- 1 《机械工程手册》、《电机工程手册》编辑委员会，机械工程手册，第二版，北京：机械工业出版社，1996
- 2 《振动与冲击手册》编辑委员会，振动与冲击手册，北京：国防工业出版社，1992
- 3 闻邦椿、刘凤翹，振动机械的理论及应用，北京：机械工业出版社，1982
- 4 严济宽，机械振动隔离技术，上海：上海科学技术文献出版社，1986
- 5 闻邦椿等，振动筛 振动给料机 振动输送机的设计与调试，北京：化学工业出版社，1989
- 6 张阿舟等，振动控制工程，北京：航空工业出版社，1989
- 7 张阿舟等，振动环境工程，北京：航空工业出版社，1986
- 8 丁文镜，减振理论，北京：清华大学出版社，1988
- 9 清华大学固体力学教研室振动组，机械振动，北京：机械工业出版社，1980
- 10 张维屏主编，机械振动器，北京：冶金工业出版社，1983
- 11 刘棣华，粘弹性阻尼减振降噪应用技术，北京：宇航出版社，1990
- 12 戴德布主编，阻尼技术的工程应用，北京：清华大学出版社，1991
- 13 冯登泰，应用非线性振动力学，北京：中国铁道出版社，1984
- 14 丁文镜，工程中的自激振动，吉林：吉林教育出版社，1988
- 15 高为炳，运动稳定性基础，北京：高等教育出版社，1987
- 16 付幼深等，随机振动的基本理论与应用，长沙：湖南科学技术出版社，1982
- 17 张洪方等，叠层橡胶支座在结构抗地震中的应用，振动与冲击，1999，18（3）
- 18 谷口修主编，振动力学，ハンドブック，东京株式会社养贤堂发行 1979
- 19 W. T. Thomson, Theory of Vibration with Application New Jersey: Prentice Hall Inc., 1972
- 20 G. M. Harris and C. E. Crede, Shock and Vibration Hand book, New York: Mc Graw-Hill Co., 1976
- 21 I. Meirovitch, Elements of Vibration Analysis, New York: McGraw Hill Book Co., 1975
- 22 A. D. Dimarogonas, Vibration Engineering, West Publishing Co. 1976
- 23 Francis S. Tse, Ivan, E. Morse, Rolland T. Hinkle, Mechanical Vibrations Theory and Applications, Aliyn and Bacon Inc., 1978

ISBN 7-5025-4960-9

9 787502 549602 >

ISBN 7-5025-4960-9 / TH · 167 定价：36.00元